

**ГРАНИЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УПРУГОЙ  
СИЛОЙ НА ОДНОМ КОНЦЕ ПРИ  
ЗАКРЕПЛЕННОМ ВТОРОМ ПРОЦЕССА,  
ОПИСЫВАЕМОГО ТЕЛЕГРАФНЫМ  
УРАВНЕНИЕМ С ПЕРЕМЕННЫМ  
КОЭФФИЦИЕНТОМ**

*Абдукаримов Махмадсалим Файзуллоевич*

*Начальник сектора науки и инноваций*

*Филиал МГУ имени М. В. Ломоносова, Душанбе, Таджикистан*

*E-mail: mahmadsalim\_86@mail.ru*

С задачей граничного управления процессом, описываемым волновым и телеграфным уравнениями, связаны многие практические задачи, в частности, задачи акустики, управление давлением нефти или газа в трубопроводе и. т. п. Ввиду этого изучение таких задач является одной из актуальных с точки зрения возможных ее приложений.

Математическая постановка задачи граничного управления формулируется в терминах начально-краевых задач для уравнения, описывающего рассматриваемый процесс.

В данной работе изучается вопрос о граничном управлении упругой силой на одном конце при закреплённом втором процесса, описываемого телеграфным уравнением с переменным коэффициентом вида

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) - q(x, t)u(x, t) = f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t < T,$$

в котором  $q(x, t)$  и  $f(x, t)$  являются произвольными функциями из класса  $L_2(Q_T)$ , где  $Q_T = [0 \leq x \leq l] \times [0 \leq t \leq T]$ .

Решение изучаемой задачи граничного управления понимается в обобщенном смысле и ищется в классе  $\hat{W}_2^1(Q_T)$ , впервые введенном в работе [1].

Для случая  $T = 2l$  установлены необходимые и достаточные условия существования граничного управления  $u_x(0, t) = \mu(t) \in L_2[0, T]$ , переводящего при выполнении условия закрепления  $u(l, t) = 0$  рассматриваемый процесс из произвольного начального состояния  $\{u(x, 0) = \varphi(x) \in W_2^1[0, l], u_t(x, 0) = \psi(x) \in L_2[0, l]\}$  в наперед заданное финальное состояние  $\{u(x, T) = \varphi_1(x) \in W_2^1[0, l], u_t(x, T) = \psi_1(x) \in L_2[0, l]\}$ .

Также доказано, что изучаемая задача граничного управления

при  $T \leq 2l$  может иметь не более одного решения из указанного класса.

Рассматриваемый случай является критическим, то есть решение задачи граничного управления существует при минимальных требованиях на гладкость начальных и финальных функций.

Настоящая работа примыкает к работам [2-4], в которых граничное управление осуществлялось смещением.

Отметим, что частный случай этой задачи:  $q(x, t) \equiv 0, f(x, t) \equiv 0$  был рассмотрен в работе [5].

### Литература

1. Ильин В. А. Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференциальные уравнения. 2000. Т. 36, № 11. С. 1513-1528.
2. Абдукаримов М. Ф., Крицков Л. В. Задача граничного управления для одномерного уравнения Клейна-Гордона-Фока с переменным коэффициентом. Случай управления смещением на одном конце при закрепленном втором // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49, № 6. С. 759-771.
3. Крицков Л. В., Абдукаримов М. Ф. Граничное управление на одном конце при свободном втором для процесса, описываемого телеграфным уравнением с переменным коэффициентом // Докл. РАН. 2013. Т. 450, № 6. С. 640-643.
4. Крицков Л. В. О задачах граничного управления для уравнения Клейна-Гордона-Фока с суммируемым коэффициентом // Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 51, № 5. С. 688-701.
5. Никитин А. А. Граничное управление упругой силой на одном конце струны // Докл. РАН. 2006. Т. 406, № 4. С. 458-461.