

**ПЕРЕМЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ДИСКОНТИРОВАНИЯ  
В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОЙ РАЗРАБОТКИ  
ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ**

*Бородин Федор Сергеевич*

*Аспирант*

*Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: fbor1@mail.ru*

Данная работа посвящена применению метода динамического программирования [1], [2] для решения задач оптимальной разработки природных ресурсов [3]. В общем случае оптимизируемые функционалы, определяющие суммарную дисконтированную прибыль добывающих агентов за плановый период, имеют следующий вид:

$$J(y) = \int_0^T \gamma^t F(x, y) dt, \quad (1)$$

$$F(x, y) = P(x, y) - C(x, y)x, \quad (2)$$

где  $\gamma$  - коэффициент дисконтирования, показывающий как тот или иной агент видит значимость прибыли в будущем,  $P(x, y)$ ,  $C(x, y)$  - ценовая функция и функция издержек, а  $x$ ,  $y$  - фазовые и управляющие вектора соответственно, для которых справедливо следующее соотношение:

$$\frac{dx}{dt} = G(x, y), \quad (3)$$

$$x(0) = x_0. \quad (4)$$

В данной постановке коэффициент дисконтирования является функцией фазовой переменной, представляющей собой накапливаемую прибыль (капитал). Данный выбор объясняется тем, что в модель также внесена возможность разорения любого из агентов, тем самым, чем меньшим капиталом обладает игрок, тем ближе он к разорению, соответственно он не может позволить себе думать о прибыли в будущем, а его стратегия направлена на то, чтобы получить прибыль в текущий момент времени. Поэтому рассматриваемые функционалы (1) принимают вид:

$$J(y) = \int_0^T e^{-\int_0^t \delta(x(\tau)) d\tau} F(x, y) dt. \quad (5)$$

В работе рассматриваются случаи различных параметров системы и начальных условий, приводятся результаты численного моделирования. Введенный переменный коэффициент дисконтирования ужесточает конкурентные эффекты, а интересной особенностью случая возобновляемых природных ресурсов являются получаемые пульсирующие управления.

### **Литература**

1. Беллман Р. Динамическое программирование. Издательство иностранной литературы. Москва, 1960.
2. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Издательство «Наука». Москва, 1965
3. Clark C. W. Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources. New York: John Wiley and Sons, Inc. 1990