Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Универсально – алгебраические свойства решёток подавтоматов нечётких полуавтоматов и их детерминизаторов

Ульзутуев Иван Евгеньевич

Аспирант

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов, Россия

E-mail: ulzutuevivan@mail.ru

В 1965 году Лотфри Заде опубликовал основополагающую работу “Fuzzy Sets” в журнале “Information and Control”, где впервые ввёл понятие нечёткого множества [1]. В 1969 году Ви и Фу предложили конструкцию нечёткой автоматной модели, являющейся обобщением конструкции детерминированных автоматов [2]. Основная идея заключалась в том, что в отличие от детерминированных автоматов, в нечётких автоматах переходы между различными состояниями определяются не однозначно, а имеют некоторую оценку из отрезка [0,1].

Ранее для нечетких автоматов Максимовым А.А. были введены аналоги универсально-алгебраических конструкций [3], а также была показана возможность применения этих конструкций при решении задач минимизации сложных информационных систем [3,4].

Однако при решении практических задач [5] было бы удобнее иметь дело с детерминированными автоматами, которые функционально полностью отражали бы поведение соответствующих им нечётких автоматов/полуавтоматов, и в то же самое время допускали бы более простую реализацию. Такие детерминированные автоматы/полуавтоматы существуют и их называются детерминизаторами [6] нечётких автоматов/полуавтоматов.

Поскольку в данной работе рассматриваются исключительно нечёткие полуавтоматы (т.е. нечёткие автоматы без функции выхода), то, далее в тексте данной работы, для удобства записи, подразумевая полуавтомат, будем говорить просто автомат.

В рамках данной работы автором был сформулирован и доказан ряд утверждений о взаимосвязях между решётками подавтоматов нечётких автоматов без функции выхода и решётками подавтоматов их детерминизаторов с универсально – алгебраической точки зрения.

Перед изложением основных результатов работы заметим, что из [7] известно, что множество $Sub\, A$ всех подавтоматов детерминированного автомата A вместе с пустым подавтоматом образует дистрибутивную решётку. В [8] доказано, что аналогичное утверждение так же справедливо и для нечётких автоматов.

Автором показано, что отношения включения для нечётких автоматов справедливо и для их детерминизаторов.

Теорема 1. Пусть $A = (S, X, \delta)$ – нечёткий автомат и $A* = (S*, X, \delta*)$ – некоторый его ненулевой подавтомат. Тогда детерминизатор $D\,(A*) = (M\,(S*)\,, X, \Delta*)$ является подавтоматом детерминизатора $D\,(A) = (M\,(S)\,, X, \Delta)$.

Следствие 1 из теоремы 1. Детерминированный автомат $A = (S, X, \delta)$ изоморфен своему детерминизатору $D\,(A) = (M\,(S)\,, X, \Delta)$, т.е. $A \cong D\,(A)$, если A – детерминированный автомат.

Следствие 2 из теоремы 1. Множество $DSub\, A$ детерминизаторов нечётких подавтоматов нечёткого автомата $A = (S, X, \delta)$ является дистрибутивной решёткой, причём эта решётка изоморфна решётке $Sub\, A$ подавтоматов нечёткого автомата $A = (S, X, \delta)$, т.е. $Sub\, A \cong DSub\, A$.

Автором доказано, что решётка подавтоматов произвольного нечёткого полуавтомата изоморфно вкладывается в решётку подавтоматов его детерминизатора, что сформулировано в следующей теореме и следствиях из неё.

Теорема 2. Решётка $DSub\,A$ детерминизаторов подавтоматов нечёткого автомата $A = (S, X, \delta)$ является подрешёткой решётки подавтоматов детерминизатора$D\left(A\right) = \left(M\left(S\right), X, \Delta\right)$ нечёткого автомата $A = (S, X, \delta)$, т.е. $DSub\,A \subseteq Sub\,D\left(A\right)$.

Следствие 1 из теоремы 2. Решётка $Sub\,A$ подавтоматов нечёткого автомата $A = (S, X, \delta)$ изоморфна некоторой подрешётке рёшётки подавтоматов детерминизатора $D\left(A\right) = \left(M\left(S\right), X, \Delta\right)$ этого нечёткого автомата.

Следствие 2 из теоремы 2. Мощность множества подавтоматов $Sub\,D\left(A\right)$ детерминизатора $D\left(A\right)$ больше или равна мощности множества подавтоматов $Sub\,A$, соответствующего ему нечёткого автомата A т.е. $|SubA| \leq |Sub\,D\left(A\right)|$.

Источники и литература

1) Zadeh L.A. Fuzzy Sets// Inform. And Control. 1965 Vol. 8, pp. 338-353.
2) Wee W.G., Fu K.S. A Formulation of Fuzzy Automata and its Applications as a Model of Learning Systems // I.E.E.E. Trans. Syst. Science and Cybernetics. 1969. Vol. SSC-5, pp. 215-223.
3) Максимов А.А. Исследование сложных информационных систем с использованием универсально-алгебраических конструкций нечетких автоматов // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. – Саратов. 2006. №14(3) С.126-128.
4) Максимов А.А. Минимизация сложных информационных систем с использованием универсально-алгебраических конструкций нечетких автоматов // Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий: Материалы Всероссийской научно-технической конференции. – Улан-Удэ: Изд-во СГТУ, 2007. – С.187-191.
5) Максимов А.А., Папшев С.В. Индексы и периоды нечетких матриц и их возможное применение в области биомедицины. // Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий: материалы XI Всероссийской научно-технической конференции – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2012.-С.213-221.
6) Салий В.Н. Нечёткие дискретные системы: нелинейный подход // Известия Сарат. Гос. ун-та, 2003. Т.3, вып.2. С. 159-168.
7) СалийВ.Н.Универсальная алгебра и автоматы. Саратов : СГУ, 1988. 72 с.
8) Максимов А.А. Методы анализа и синтеза математических моделей нечётких дискретных систем: Дис. … канд. физ. – мат. наук / А.А.Максимов. Саратов, 2008. 130 с.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность доценту, к.ф.-м.н. Максимову А.А. за помощь в подготовке тезисов.