Секция «Математика и механика»

Асимптотическое поведение обобщенных функций восстановления

Соколова Анна Ильинична
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: ale4kasokolova@gmail.com

Рассмотрим некоторые обобщения процессов восстановления:

- $S_{k+n} = X_0 + \ldots + X_{k-1} + T_1 + \ldots + T_n$, где все слагаемые — независимые неотрицательные случайные величины, $F_i(x)$ — функция распределения X_i, T_j — одинаково распределенные величины с ф.р. $F(x)$. Назовем величины X_i, T_j промежутками между восстановлениями, а S_n — моментами восстановления. Процесс $\{S_n\}_0^\infty$ назовем *запаздывающим процессом восстановления.*

- $S_n = T_0 + \ldots + T_n$, где все слагаемые — независимые неотрицательные случайные величины, $F_i(x)$ - ф.р. величин T_{kl+i} , $i = 0, \ldots, l-1$ для некоторого $l \geqslant 1$, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Величины T_j — промежутки между восстановлениями, S_n — моменты восстановления, а сам процесс $\{S_n\}_0^\infty$ – *периодический процесс восстановления.*

- *Альтернирующий процесс восстановления* $S_n = T_0 + \ldots + T_n$, где все слагаемые — независимые неотрицательные случайные величины, $F_i(x)$ — ф.р. величин T_{2k+i} , $i = 0, 1$, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Для любого $k \geqslant 0$ назовем S_{2k} моментами поломки, а S_{2k+1} — моментами восстановления и рассмотрим среднее число поломок и восстановлений на промежутке от 0 до t.

Целью представленной работы является изучение асимптотического поведения соответствующих функций восстановления для каждого из описанных процессов. С помощью элементарной теоремы восстановления и теоремы восстановления в альтернативной форме найдены асимптотики обобщенных функций восстановления, а также скорости сходимости к ним.
Основные этапы решения:

- Определение явного вида рассматриваемых функций восстановления, а также уравнений восстановления, решениями которых являются эти функции.

- Нахождение порядка приближения функций восстановления исходя из вида соответствующих уравнений восстановления.

Теорема: *Если $F(x)$ — неарифметическое распределение с математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2, а $F_i(x)$ — функции распределения случайных величин X_i с математическим ожиданием μ_i соответственно, $i = 0, 1, \ldots, k-1$, то при $t \to \infty$*

$$V(t) - \frac{t}{\mu} \to \frac{\sigma^2 + \mu^2}{2\mu^2} - \frac{\mu_0 + \mu_1 + \ldots + \mu_{k-1}}{\mu} + k - 1,$$

где $V(t)$ — функция восстановления для запаздывающего процесса восстановления.

Литература

1. Афанасьева Л.Г., Булинская Е.В. Случайные процессы в теории массового обслуживания и управления запасами, М.: Изд-во МГУ, 1980.

2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. 2. - М.: Мир, 1984.

Слова благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю профессору Булинской Екатерине Вадимовне за постановку задачи и внимание к работе.