

Секция «Математика и механика»

Равномерная состоятельность знаковой оценки параметра AR(1) модели
для наблюдений с выбросами

Чмутин Георгий Николаевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: gochan@mail.ru

Исследуется знаковая оценка параметра β модели авторегрессии первого порядка:

$$u_t = \beta u_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

На $\{\varepsilon_t\}$ налагаются следующие условия: это н.о.р.с.в., $\varepsilon_1 \sim G$, существует плотность $g(x) = G'(x)$, g непрерывна и ограничена, $g(0) > 0$, $E\varepsilon_1 = 0$, $E|\varepsilon_1|^{1+\Delta} < \infty$ при некотором $\Delta > 0$. Предполагается также, что β по модулю не превосходит $1 - \delta$, при некотором $\delta > 0$.

Знаковые оценки подробно рассмотрены в монографии [1], где, в частности, доказана их асимптотическая нормальность. Будем полагать, что данные u_t с некоторой вероятностью γ могут быть испорчены случайными грубыми выбросами. Иными словами, вместо u_t наблюдаются величины $y_t = u_t + z_t^\gamma \xi_t$, $t \in \mathbb{Z}$, где z_t^γ принимает значение 1 с вероятностью γ и 0 с вероятностью $1 - \gamma$, величины $\{\xi_t\}$ – грубые ошибки, имеющие некоторое распределение μ . Последовательности $\{u_t\}$, $\{z_t^\gamma\}$, $\{\xi_t\}$ независимы между собой. Будем обозначать через $\widehat{\beta}_n^\gamma$ знаковую оценку, построенную по наблюдениям y_1, \dots, y_n с уровнем засорения γ . В [1] доказывается, что в такой схеме засорения знаковая оценка оказывается B -робастной в смысле Мартина-Йохая. Это означает следующее: для достаточно малых γ имеет место сходимость $\widehat{\beta}_n^\gamma \xrightarrow{P} \theta(\gamma)$ и

$$\sup_{\mu \in M_1} \left. \frac{\partial \theta(\gamma)}{\partial \gamma} \right|_{0+} < \infty, \quad (1)$$

где M_1 - класс распределений с конечным первым моментом. Очевидно, $\theta(0) = \beta$, и таким образом, (1) позволяет утверждать, что при малых γ и произвольных распределениях выбросов μ из класса M_1 предел знаковой оценки будет несильно отличаться от настоящего значения параметра.

Минус B -робастности в том, что это асимптотический результат. В данной работе схожий результат получен для конечных n , а именно: для всех $\varepsilon, \delta > 0$ существуют $n_0 \in \mathbb{N}$, $\gamma_0 > 0$, такие что при всех $\gamma < \gamma_0$ выполняется

$$\sup_{n > n_0, \mu} P(|\widehat{\beta}_n^\gamma - \beta| > \varepsilon) < \delta.$$

Таким образом, доказано, что при достаточно малых γ и достаточно больших, но конечных, n со сколь угодно большой вероятностью знаковая оценка будет несильно отличаться от настоящего значения параметра, независимо от распределения выбросов.

Литература

1. Болдин М.В., Симонова Г.И., Тюрин Ю.Н. Знаковый статистический анализ линейных моделей. Москва, 1997.

Слова благодарности

Благодарность научному руководителю Болдину Михаилу Васильевичу за постановку задачи и постоянное внимание к работе.