Секция «Математика и механика»

Об образовании особенностей решений для двумерных уравнений газовой динамики

Быковникова Татьяна Андреевна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: tanbe@pochta.ru

Рассматривается система уравнений газовой динамики, записанных в терминах удельного объема $V = \frac{1}{\rho}$, векторной скорости u и давления p:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{V}\right)_t + \operatorname{div}\left(\dfrac{1}{V}\,u\right) = 0, \\ u_t + (u, \nabla)\,u + V\,\nabla p = 0, \\ p_t + (\nabla p, u) + \gamma\, p\, \operatorname{div} u = 0. \end{cases}$$

Здесь ρ - плотность газа, $\gamma = \mathrm{const} > 1$ - показатель адиабаты. Данная система допускает решения вида

$$u = A(t)x + B(t), \quad p = (C(t), x) + D(t), \quad V = (E(t), x) + F(t),$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)$- радиус-вектор точки в пространстве $\mathbb{R}^n$, $A(t) = (a_{ij}(t))$ – матрица, $B(t) = (b_i(t))$, $C(t) = (c_i(t))$ и $E(t) = (e_i(t))$ – векторы, $i, j = 1, \ldots, n$, $D(t)$ и $F(t)$ – скалярные функции. Обращение в бесконечность указанных функций в течение конечного времени моделирует градиентную катастрофу, то есть обращение в бесконечность пространственных производных решения исходной системы. Компоненты матрицы A, векторов B, C, E и функции D, F образуют квадратично нелинейную систему n^2+3n+2 обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой имеет очень сложное поведение. В данной работе мы анализируем указанную систему в случае $n = 2$. В некоторых частных случаях найдены точные решения и необходимые и достаточные условия образования особенности решения.