

Секция «Математика и механика»

О мощности некоторых семейств классов функций многозначной логики,  
замкнутых относительно усиленной суперпозиции

*Подолько Дмитрий Константинович*

*Аспирант*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,*

*Механико-математический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: podolko\_dk@mail.ru*

Широко известно, что число классов функций  $k$ -значной логики, замкнутых относительно операции суперпозиции, является континуальным при  $k \geq 3$  (см., например, [5, 6]). В связи с этим для изучения структуры семейства данных классов многие авторы рассматривают различные операторы замыкания, являющиеся усилениями оператора суперпозиции (см., например, [1–4]). В работе [3] исследуются функции  $k$ -значной логики, где  $k = 2^m$ ,  $m \geq 2$ , и вводится специальная оператор  $\beta$ -замыкания на основе кодирования данных функций в двоичной системе счисления. В [3] доказывается, что семейство  $\beta$ -замкнутых классов функций, содержащих только функции, принимающие не более двух значений, является счетным. В настоящей работе изучаются  $\beta$ -замкнутые классы функций, содержащие только функции, которые принимают не более трех значений. Для этого строится специальное отображение множества  $\beta$ -замкнутых классов в множество классов булевых функций, замкнутых относительно операций суперпозиции и введения несущественной переменной. В работе показано, что в каждый замкнутый класс булевых функций из множества классов  $\{O^\mu, I^\mu | \mu \geq 3\} \cup \{O^\infty, I^\infty\}$  отображается континуальное семейство различных  $\beta$ -замкнутых классов, содержащих только функции, принимающие не более трех значений, а в каждый другой замкнутый класс булевых функций — конечное число. Из данных утверждений, в частности, следует теорема о континуальности семейства всех  $\beta$ -замкнутых классов функций.

Литература

1. Марченков С.С.  $S$ -классификация функций многозначной логики // Дискретная математика. 1997. Т. 9. Вып. 3. С. 125-152.
2. Нгуен Ван Хоа. О семействах замкнутых классов  $k$ -значной логики, сохраняемых всеми автоморфизмами // Дискретная математика. 1993. Т. 5. Вып. 4. С. 87-108.
3. Подолько Д.К. О классах функций, замкнутых относительно специальной операции суперпозиции // Вестник Моск. ун-та, Сер. 1. Математика. Механика. 2013. No. 6.
4. Тарасова О.С. Классы функций  $k$ -значной логики, замкнутые относительно операций суперпозиции и перестановок // Математические вопросы кибернетики. Выпуск 13: Сборник статей. М., 2004. С. 59-112.
5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., 2001.
6. Янов Ю.И., Мучник А.А. О существовании  $k$ -значных замкнутых классов, не имеющих конечного базиса // Докл. АН СССР. 1959. Т. 127. No. 1. С. 44-46.