

Секция «Математика и механика»

О словах, избегающих квадраты с одной возможной ошибкой замещения.

Котляров Никита Владимирович

Аспирант

МГУ - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Магнитогорск, Россия

E-mail: niktord@mail.ru

Данная работа посвящена некоторым вопросам, связанным с существованием периодических структур в словах из формальных языков. Наиболее простой и хорошо изученной периодической структурой являются квадраты, то есть фрагменты вида xx , где x — произвольное непустое слово. Слово, не содержащее квадратов, называется бесквадратным. Классическим результатом, связанным с квадратами, является работа Акселя Туэ, в которой установлено существование как угодно длинных бесквадратными слов над алфавитом из трех букв. С другой стороны, несложно проверить, что не существует бесквадратных слов над алфавитом из двух букв. Поэтому их результатов Туэ следует, что алфавит из трех букв является минимальным алфавитом, над которым существуют как угодно длинные бесквадратные слова. В дальнейшем было получено много различных альтернативных доказательств данного результата Туэ. В данной работе рассматривается случай, когда в словах допускаются достаточно "маленькие" квадраты. Нетрудно заметить, что задача существования сколь угодно длинных слов, не содержащих фрагментов определенного типа, эквивалентна задаче существования бесконечных слов над тем же алфавитом, не содержащих данных фрагментов. Поэтому в работах, посвященных этой тематике, обычно рассматривается эквивалентная задача существования бесконечных слов. Слово называется сильно бескубным, если оно не содержит фрагментов вида xxa , где x — непустое слово, a — первая буква слова x . Еще одним классическим результатом Акселя Туэ в данной области является работа, в которой было доказано существование сколь угодно длинных сильно бескубных слов над двухбуквенным алфавитом. В частности, в данной работе был приведен пример бесконечного сильно бескубного слова над двухбуквенным алфавитом. Это слово называется в литературе последовательностью Туэ (Туэ-Морса). Другим естественным обобщением задачи о существовании сколь угодно длинных бесквадратных слов является рассмотрение в качестве "запретных" фрагментов не только квадратов, но и квадратов с одной ошибкой замещения, то есть фрагментов вида xu , где слово x отличается от слова u ровно на одну букву. По нашим сведениям данная задача еще не рассматривалась в научной литературе. Отметим, что любой фрагмент слова длины 2 является либо квадратом, либо квадратом с одной ошибкой замещения, поэтому для данной задачи естественно вводить ограничения снизу как на длины "запретных" квадратов, так и на длины "запретных" квадратов с одной ошибкой замещения. Таким образом, в данной работе рассматривается следующая задача: для произвольных ограничений снизу на длину "запретных" квадратов и длину "запретных" квадратов с одной ошибкой замещения определить минимальную мощность алфавита, над которым существует бесконечное слово, не содержащее заданных данными ограничениями "запретных" фрагментов. В работе содержится полное решение поставленной задачи.

Литература

1. Саломеа А. "Жемчужины теории формальных языков": Пер. с англ. — М.:Мир, 1986. — 159с., ил.
2. Thue, A. "Uber unendliche Zeichenreihen."Norske Vid. Selsk. Skr. I, Mat. Nat. Kl. Christiana 7, 1-22, 1906.
3. Thue, A. "Uber die gegenseitige Lage gleicher Teile gewisser Zeichenreihen Norske, 1912.
4. Aviezri S. Fraenkel and R. Jamie Simpson, "How Many Squares Must a Binary Sequence Contain? 1914.
5. M.Crochemore, L.Ilie, W.Rytter "Repetitions in strings: algorithms and combinatorics 2008.
6. M.Crochemore, W.Rytter "Squares, Cubes, and Time-Space Efficient String Searching 1992.