

Секция «Математика и механика»

Выделение аэродинамической составляющей демпфирования при исследовании затухающих изгибных колебаний консольно закреплённых балок.

Камалутдинов А.М.¹, Нуриев А.Н.²

1 - Казанский (Приволжский) Федеральный Университет, Институт математики и механики им.Н.И.Лобачевского, 2 - Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казань, Россия

E-mail: islamui@hotmail.com

Исследование вынужденных и свободных механических колебаний различных конструкций в среде (жидкости или газе) имеет высокую практическую ценность. В частности одно из практических приложений связано с измерением демпфирующих свойств материалов на основе изучения затухающих изгибных колебаний тест-образцов. Одной из основной трудностью при исследовании колебания образца в среде является предсказание сил, действующих на него со стороны среды [1-5] (жидкости или газа).

В работе рассматривались гармонические колебания упругой консольно-закрепленной балки в окружающем ее воздухе. Считается, что аэродинамическое взаимодействие может быть сведено к инерционному эффекту присоединенной массы и аэродинамическому демпфированию. Инерционный эффект приводит к снижению частоты ω , а аэродинамическое демпфирование – к росту декремента затухания колебаний балки D по сравнению с ее колебаниями в вакууме. Для описания изменения частоты колебания пластины и декремента затухания обычно используется относительная частота колебания $\Omega = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ и логарифмический декремент затухания $D = -\frac{2\pi}{A\omega_0} \frac{dA}{dt}$, где ω_0 - собственная частота колебания, A - амплитуда колебания пластины. В общем случае задача учета действующих на консольно-закрепленную балку аэродинамических сил чрезвычайно сложна главным образом из-за сложности трехмерных течений газа, вызванных колебанием балки. Известные подходы [1,2] к ее решению основываются на предположении, что длина балки L существенно превышает ее ширину b и толщину h . В этом случае на низких структурных модах колебаний длина вибрационной волны значительно больше отклонений балки, в силу чего балка может рассматриваться как локально плоская. При этом трехмерными явлениями, относящимися к течению газа вдоль оси балки, в том числе сходом вихрей с ее торца, пренебрегают, определяя аэродинамические силы в каждом сечении балки путем изучения плоского движения газа, вызванного гармоническими осцилляциями тонкой жесткой пластины. Такая пластина описывает поперечное сечение балки и выступает для окружающей среды в роли подвижной твердой границы. Принимая во внимания выше упомянутый подход и аппроксимацию Моррисона [3,4], можно перейти от задачи определения декремента затухания и относительной частоты к задаче определения коэффициента сопротивления C_D и коэффициента присоединённых масс C_M пластины. Ниже представлены соотношения выражающие декремент затухания и относительную частоту через коэффициент

сопротивления и присоединённых масс.

$$D = \frac{4 \rho_a A \langle C_D W^3 \rangle}{3 \rho h \langle W^2 \rangle}, \Omega = \frac{\pi \rho_a b \langle C_M W^2 \rangle}{8 \rho h \langle W^2 \rangle},$$

где ρ_a, ρ плотность среды и материала соответственно, W -профиль колебания балки, стрелками обозначено интегрирование по длине балки.

В общем случае коэффициент присоединённых масс C_M и коэффициент сопротивления C_D зависят от трех безразмерных параметров: безразмерная толщина пластины $\Delta = h/b$, безразмерная частота $\beta = b^2 \omega_0 / 2\pi \nu$ и безразмерная амплитуда колебания $\kappa = A/b$. Для определения коэффициента сопротивления C_D и коэффициента присоединённых масс C_M было проведено прямое численное моделирование обтекания двумерных пластин различных форм (прямоугольная пластина [6], пластина с заострёнными концами и пластина с закруглёнными концами) периодическим потоком вязкой несжимаемой жидкости в пакете вычислительной гидродинамики OpenFOAM. Все расчеты проводились в области значений параметров течения, которые реализуются при лабораторном определении демпфирующих свойств материалов, с использованием численной модели, описанной в работе [7].

По результатам расчетов были получены зависимости коэффициента сил сопротивления от параметров колебания для различных форм пластин. Были установлены доли вклада аэродинамических сил в декремент затухания (для балки из стали и композитного материала).

Литература

1. Aureli M., Basaran M.E., Porri M. Nonlinear finite amplitude vibrations of sharp-edged beams in viscous fluids. // Journal of Sound and Vibration. 2012. V. 331, Issue 7. P. 1624-1654.
2. Sader J.E. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope // Journal of Applied Physics. – 1998. –Vol. 84(1). – P. 64–76
3. Graham J.M.R. The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers. // Journal of Fluid Mechanics. 1980. V 97. P. 331-346.
4. Keulegan G.H., Carpenter L.H. Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. // Journal of Research of National Bureau of Standards. 1958. V. 60, No. 5. P. 423-440.
5. Tuck E.O. Calculation of unsteady flows due to unsteady motion of cylinders in a viscous fluid. // Journal of Engineering Mathematics. 1969. V. 3, No. 1. P. 29-44.
6. Камалутдинов А.М., Нуриев А.Н. «Анализ сил сопротивления гармонически колеблющейся в вязкой жидкости пластины»// Материалы XX Международного молодежного научного форума «Ломоносов 2013». М., 2013.
7. Нуриев А.Н., Зайцева О.Н. Решение задачи об осциллирующем движении цилиндра в вязкой жидкости в пакете OpenFOAM. // Вестн. Каз. технологического ун-та. Том 8. 2013. 116-123.