Секция «Математика и механика»

Топологическая классификация систем обобщённых биллиардов

Фокичева Виктория Викторовна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: arinir@yandex.ru

Широко известна так называемая задача о биллиарде. С точки зрения геометрии это вопрос о движении материальной точки по области с кусочно-гладкой границей, с естественным отражением на границе (угол падения равен углу отражения). В простейшем случае область предполагают плоской. В настоящей работе изучается топология и особенности локально-плоских двумерных кусочно-гладких биллиардов, которые интегрируемы, т.е. обладают скрытыми симметриями, вследствие чего замыкания траекторий биллиарда описываются простым образом и поэтому допускают классификацию.

Теорема. (Якоби, Шаль). *Касательные прямые к геодезической линии на квадрике в n-мерном евклидовом пространстве, проведенные во всех точках геодезической, касаются кроме этой квадрики еще $n-2$ конфокальных с ней квадрик, одних и тех же для всех точек данной геодезической.*

Рассмотрим область на плоскости, ограниченную дугами софокусных квадрик. Согласно теореме выше биллиард в этой области будет интегрируем – любая траектория (или её продолжение) касается квадрики (эллипса или гиперболы), софокусной с семейством границы. Задача о классификации возможных областей и Лиувиллевой классификации таких биллиардных систем была решена ранее. В качестве динамической системы обобщённого биллиарда рассматривается следующая задача: пусть даны две плоские области, ограниченные дугами софокусных квадрик одного семейства, причём существует квадрика, дуга которой образует часть границы обеих областей. Склеим вдоль этой квадрики данные области. Будем называть дугу квадрики вдоль которой произошла склейка ребром излома. Определим биллиардное движение так: если точка, двигаясь внутри одной области, попадает в ребро излома, то она, отражаясь от него, продолжает движение внутри другой области. Такую задачу будем называть задачей об обобщённом биллиарде.

В докладе будет дана классификация обобщённых биллиардных областей и Лиувиллева классификация обобщённых биллиардных систем.

Литература

1. Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. 1,2, Ижевск:РХД, 1999.

2. Биркгоф Дж.Д. Динамические системы. — Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1999.

3. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. М.:Наука, 1989.

4. **Фоменко А.Т., Цишанг Х. О типичных топологических свойствах**

5. **интегрируемых гамильтоновых систем.// Изв. АН СССР. 1988, 52, N.2. 378-407.**

6. **Фоменко А.Т. Симплектическая топология вполне интегрируемых гамильтоновых систем.// Успехи матем. наук. 1989. 44, вып.1 (265).145-173.**

7. **Фоменко А.Т., Цишанг Х. Топологический инвариант и критерий эквивалентности интегрируемых гамильтоновых систем с двумя степенями свободы.// Изв. АН СССР. 1990, 54, N.3. 546-575.**

8. **Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Траекторная классификация геодезических потоков двумерных эллипсоидов. Задача Якоби траекторно эквивалентна интегрируемому случаю Эйлера в динамике твердого тела.// Функц. анализ и его прил. 1995. 29, вып. 3. 1-15.**

Слова благодарности

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю – академику А.Т.Фоменко за постановку задачи, а также проф. А.А.Ошемкову, проф. Е.А. Кудрявцевой за ряд ценных и полезных замечаний.