О частично стационарных функциях трехзначной логики

Мазуров Анатолий Алексеевич

Аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: anat-mazurov@mail.ru

Пусть k — простое число. Известно, что в таком случае любую дискретную функцию можно представить в виде полинома по модулю k. Для задания полинома достаточно знать его коэффициенты и договориться о порядке их записи. Выберем такой порядок, при котором степени переменных в мономах, соответствующих коэффициентам, возрастают лексикографически, и запишем коэффициенты в виде вектора.

Рассмотрим преобразование, которое отображает вектор значений дискретной функции в вектор коэффициентов ее полинома. Далее будем обозначать это преобразование, примененное к вектору значений функции f, как $\mu(f)$. В булевом случае оно исследовано в работах [1,2,3], в трехзначном случае в [4,5]. В последних работах установлено количество и общий вид стационарных относительно такого преобразования функций.

В данной работе получены новые результаты, относящиеся к трехзначному случаю. Введем следующее определение.

Определение. Частично стационарной функцией n переменных с вектором $\tilde{\alpha} \in E_k^n$ относительно преобразования γ с константой p будем называть такую дискретную функцию f, что $\gamma(f) = p \cdot f(\tilde{x} + \tilde{\alpha})$.

Ниже будет установлено количество частично стационарных функций.

Теорема. *Множество векторов значений частично стационарных функций с константой 1 относительно μ с вектором $\tilde{\alpha}$ образует линейное подпространство пространства векторов значений всех дискретных функций n переменных.*

Теорема. *Количество частично стационарных функций с константой 1 относительно μ с вектором $\tilde{\alpha}$ инвариантно относительно перестановок элементов вектора $\tilde{\alpha}$.*

Таким образом, достаточно найти количество частично стационарных функций для векторов $\tilde{\alpha}$ с известным количеством нулей, единиц и двоек. Ее дает следующая теорема.

Теорема. *Пусть известно, что в векторе $\tilde{\alpha}$ нулей m, единиц p, двоек q. Тогда размерность подпространства частично стационар-*

ных функций относительно μ с вектором $\tilde{\alpha}$ равна

$$3^{I(p-1)} \cdot \left[\frac{1}{8}(3^m + 2 + (-1)^m) + \frac{1}{2}(-1)^{q+p}(3^{\frac{m}{2}} \cos(m \arccos(\frac{1}{\sqrt{3}}))) + \right.$$
$$+ \frac{1}{4}(3^m + (-1)^m) \cdot (\frac{1}{2}(3^q - 1) - q) +$$
$$\left. + \frac{1}{4}q(3^m + (-1)^m) - \frac{1 - (-1)^q}{4}\right],$$

где $I(t) = 0$, если $t \leqslant 0$, и $I(t) = t$ иначе.

Литература

1. Pieprzyk J., Zhang X.-M. Computing möbius transforms of boolean functions and characterising coincident boolean functions // Boolean Functions: Cryptography and Applications. France, Rouen: Publications des Universités de Rouen et du Havre. 2007. P. 135–151.

2. Pieprzyk J., Wang H., Zhang X.-M. Möbius-α commutative functions and partially coincident functions // Boolean Functions: Cryptography and Applications. France, Rouen: Publications des Universités de Rouen et du Havre. 2008. P. 135–150.

3. Pieprzyk J., Wang H., Zhang X.-M. Möbius transforms, coincident Boolean functions and non-coincidence property of Boolean functions // International Journal of Computer Mathematics. **88**. 7. P. 1398-1416.

4. Мазуров А. А. О стационарных классах функций трехзначной логики // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2012. Т. 2. С. 37–43.

5. Мазуров А. А. Структура стационарных классов функций трехзначной логики // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2013. № 2 С. 33–38.