

Секция «Математика и механика»

Модель эффективного слоя для резинокордного материала

*Бахметьев Сергей Геннадьевич*

*Аспирант*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,*

*Механико-математический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: quattro6872@gmail.com*

При конструировании автомобильной шины важны не только прочностные свойства пневматической шины, но и ее деформативные характеристики, влияющие на качество управления автомобилем. Точная модель структуры шины необходима для адекватного описания полной картины внутренних напряженно-деформированных состояний и перемещений, однако такое описание внутренней структуры вызывает серьезные проблемы. Грубый подсчет показывает, что для описания всех структурных элементов, включая корд пассажирской шины, потребуются десятки миллионов конечных элементов, что находится за пределами возможностей численного решения на компьютерах.

В задаче по определению внутреннего напряженно-деформированного состояния шины при сильном деформировании резинокордные слои с волокнами в структуре шины заменяются эффективными слоями с эффективными характеристиками, найденными экспериментально или численно. Данное упрощение видится естественным, так как освобождает исследователя от дополнительной задачи определения отдельно свойств корда. Методы [2, 6] позволяют определять свойства только в направлении волокна. Некоторые аспекты модели эффективного слоя рассмотрены в работе [5]. Возможны различные модели для эффективного слоя.

Существующая модель Кирхгофа-Лява [1], а также аппроксимация обычного элемента типа Brick [3, 4] обладают недостатками. Так эквивалентность однородного модельного слоя и резинокордного слоя для конечной толщины равносильна двум соотношениям  $hE^{IJKL} = A^{IJKL}$  и  $\frac{h^3}{12}E^{IJKL} = D^{IJKL}$ , причем второе равенство выполняется точно только при  $h \rightarrow 0$ , что естественно для теории Кирхгофа-Лява, являющейся асимптотической при  $h \rightarrow 0$ , но для конечного  $h$  равенство выполняется лишь приближенно. Попытка выполнения двух равенств выше аналогично аппроксимации элемента типа Brick приведет к созданию эффективного материала с двумя наборами жесткостей, что существенно осложнит расчет.

Модификация обычного элемента типа Brick позволит избежать описанных недостатков. Перемещения внутри элемента могут быть разложены на две составляющие: первая связана с растяжением-сжатием, а вторая с изгибом. Стоит заметить, что функции формы трехмерного растяжения и изгиба выражаются через двумерные функции формы элемента, а значит, функции формы растяжения не зависят от третьей координаты. Элементы матрицы жесткости модифицированного элемента разбиваются на сумму двух выражений

$$K_{pq}^{(e)IK} = \frac{1}{4} \int_{V_{el}} C^{IJKL} N_{p,J}^{(2)} N_{q,L}^{(2)} dV$$

и

$$K_{pq}^{(b)IK} = \text{sign}(p)\text{sign}(q) \int_{V_{el}} \frac{z^2}{h^2} C^{IJKL} N_{p,J}^{(2)} N_{q,L}^{(2)} dV.$$

Найденные экспериментально или численным путем жесткости на растяжение  $A_{IJPQ}$  и изгиб  $D_{IJPQ}$  могут использоваться при вычислении этих элементов матрицы жесткости.

\*\*\*

Тестирование модифицированного элемента задачей на цилиндрический изгиб, показало, что изменение изгибной жесткости для пластины не дает пропорционального изменения прогиба в задаче, а значит правильный подбор коэффициентов пропорциональности придаст элементу необходимые свойства, дающие возможность решения задач, связанных с уводами колеса при повороте.

### Литература

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. М., 1976.
2. Бухин В.Л. Введение в механику пневматических шин. М., 1988.
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М., 1975.
4. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М., 1981.
5. Шешенин С.В., Демидович П.Н., Чистяков П.В., Бахметьев С.Г. Определяющее соотношение резинорда при трехмерном напряженном состоянии // Вестник Моск. ун-та. Матем. Механ. 2010. № 3. С. 32–35.
6. Шешенин С.В., Демидович П.Н., Чистяков П.В., Муравлев А.В. Определение модулей резинорда при плоско-напряженном состоянии // Вестник Моск. ун-та. Матем. Механ. 2007. № 5. С. 49–53.