

Секция «Математика и механика»

О некоторых свойствах модели Марковица при задании параметров средствами теории нечетких множеств

Тимирова Асия Наильевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: asiya@mail.ru

В работе рассматривается обобщение модели Марковица[2], в рамках которого доходность формализуется как нечеткое число, а риск - как мера нечеткости доходности. Введение нечетких параметров позволяет оценивать портфели при отсутствии информации о распределениях случайных величин, определяющих доходности ценных бумаг: в качестве источника информации для оценки портфеля выступают прогнозы экспертов. Пусть \tilde{A} — нечеткое множество в универсальном множестве U . $\mu_{\tilde{A}}(u)$ — степень принадлежности элемента u к \tilde{A} , $|U|$ — мощность универсального множества[1,3]. **Определение** Степенью нечеткости множества называется величина

$$\xi(\tilde{A}) = \frac{1}{|U|} \int_U (1 - |2\mu_{\tilde{A}}(u) - 1|) du$$

Утверждение 1 Пусть $\tilde{a} = (a - \alpha_L, a, a + \alpha_R)$ — нечеткое треугольное число в универсальном множестве U . Тогда его степень нечеткости равна: $\xi(\tilde{a}) = \frac{\alpha_L + \alpha_R}{2|U|}$

Доказывается теорема о степени нечеткости [4]:

Теорема а) Нечеткая доходность портфеля равна:

$$\tilde{R}_p = \sum_{i=1}^n y_i \tilde{r}_i = \left(\sum_{i=1}^n y_i r_i - \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i^L, \sum_{i=1}^n y_i r_i, \sum_{i=1}^n y_i r_i + \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i^R \right);$$

б) Степень нечеткости доходности портфеля равна: $\xi(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^n y_i \xi(\tilde{r}_i)$

Таким образом, риск портфеля является линейной комбинацией рисков входящих в него ценных бумаг с учетом долей ценных бумаг в начальном капитале портфеля. Эта теорема позволяет получить верхние и нижние оценки риска портфеля.

Утверждение 2 Пусть $\bar{\xi}(\tilde{r}) = \max_{1 \leq i \leq n} \xi(\tilde{r}_i)$ — максимальная степень нечеткости среди ценных бумаг, $\underline{\xi}(\tilde{r}) = \min_{1 \leq i \leq n} \xi(\tilde{r}_i)$ — минимальная степень нечеткости среди ценных бумаг

Тогда $\underline{\xi}(\tilde{r}) \leq \xi(\tilde{R}_p) \leq \bar{\xi}(\tilde{r})$

Литература

1. Рыжов А. П. Элементы теории нечетких множеств и измерения нечеткости — М.: Диалог-МГУ, 1998.

2. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции: Пер. с англ. М.: ИНФРА-М, 2001
3. L. A. Zadeh. Fuzzy sets. Information and Control, 8(1):338 — 353, November 1965.
4. Тимирова А.Н. Свойства модели Марковица при задании параметров средствами нечетких множеств // Интеллектуальные системы. 2012. Т.16, вып.1-4, с.203 – 215