Секция «Математика и механика»

Теорема Спанне

Порабкович Андрей Иванович
Студент
Белорусский Государственный Университет, Механико-математический факультет, Минск, Беларусь
E-mail: dobrinia@bk.ru

Пусть (X, d, μ) — метрическое пространство с метрикой d и σ-конечной борелевской мерой μ, удовлетворяющей условию удвоения

$$\mu(B(x, 2r)) \leq c\mu(B(x, r)), \quad x \in X, \quad r > 0$$

(постоянная c не зависит от x и r).

$$f_B = \frac{1}{\mu(B)} \int_B f \, d\mu$$

— среднее значение функции f по шару B, r_B означает радиус шара B. Пусть $p > 0$ и

$$\mu_p(f;t) = \sup_{00}$$

и выполнено условие

$$\int\limits_0^1 \mu_p(f;t) \, \frac{dt}{t} < \infty.$$

Тогда функция f эквивалентна некоторой функции $g \in C(X)$ и

$$\omega(g;\delta) \leq c \int\limits_0^\delta \mu_p(f;t) \, \frac{dt}{t}, \quad 0 < \delta < 1.$$

. Если $p = 1$, $X \subset \mathbb{R}$ это утверждение доказано в работе С.Спанне [2]. Принципиальным здесь является то, что включаются значения p, меньшие 1 — наша теорема тем сильнее, чем меньше p. Поэтому случай $0 < p < 1$ дает существенное усиление теоремы С.Спанне. В этом случае результат является новым даже на подмножествах в $\mathbb{R}^n$. Доказательство нашей теоремы основано на методе из работы [1], результат которой мы также обобщаем.

Литература

1. Иванишко И. А., Кротов В. Г., Порабкович А. И. Обобщение теоремы Кампанато–Мейерса //Труды ИМ НАН Беларуси. 2012. Т. 20, No 2. С. 30-35.

2. Spanne S. Some function spaces defined using the mean oscillation over cubes //Ann. Scuola norm. super. Pisa. 1965. V. 19, No 4. P. 593-608.