Секция «Математика и механика»

Формулы Фейнмана для параболического уравнения с бигармоническим дифференциальным оператором на конфигурационном пространстве

Бузинов Максим Сергеевич
Аспирант
МГУ - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Климовск, Россия
E-mail: maxim.cad@gmail.com

В статье рассматривается задача Коши параболического уравнение в частных производных с бигармоническим оператором и аддитивным возмущением по пространственной переменной. Получена сильно непрерывная полугруппа операторов, разрешающая рассматриваемую задачу Коши, а также представления такой полугруппы. Для получения представлений используется аппроксимация формулами Фейнмана, названными в честь Ричарда Фейнмана, который впервые применил такой подход для решения уравнения Шрёдингера в 1948. Большинство формул Фейнмана доказано с помощью теоремы Чернова. Некоторые этих формул основаны на аппроксимации Иосиды. Гамильтоновы и лагранжевы формулы Фейнмана получены для различных конфигурационных пространств. Лагранжевы формулы Фейнмана имеют простой вид, что позволяет использовать их для численного моделирования динамики эволюционной системы. При этом, Гамильтоновы формулы Фейнмана совпадают с некоторыми интегралами Фейнмана по траекториям, которые являются важными объектами квантовой механики.

Литература

1. Feynman R.P. Space–time approach to nonrelativistic quantum mechanics // Rev.Mod.Phys. 1948. V.20. P. 367387.
2. Smolyanov O.G., Tokarev A.G., Truman A. Hamiltonian Feynman path integrals via the Chernoff formula // J. Math. Phys. 2002. 43. N. 10. P. 5161-5171.
3. Engel K-J., Nagel R. One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations. Springer. 2000.
4. Pazy A. Semigroups of linear operators and Applications to partial differential equation. Springer-Verlag. 1983.
5. Butko, Ya. A.: Feynman formulas and functional integrals for diffusion with drift in a domain on a manifold, Math. Notes. 83 (2008), 301–316.
6. Butko, Ya. A.: Function integrals corresponding to a solution of the Cauchy-Dirichlet problem for the heat equation in a domain of a Riemannian manifold, J. of Math. Sci. 151 (2008), 2629–2638.
7. Butko, Ya., Grothaus, M., Smolyanov, O.G.: Feynman Formula for a Class of Second-Order Parabolic Equations in a Bounded Domain, Doklady Math. 78 (2008), 590–595.

8. Butko, Ya., Grothaus, M., Smolyanov, O.G.: Lagrangian Feynman Formulae for Second Order Parabolic Equations in Bounded and Unbounded Domains, IDAQP 13 (2010), 377–392.
9. Butko, Ya., Schilling, R.L., Smolyanov, O.G.: Feynman formulae for Feller semigroups, Doklady Math. 82 (2010), 679–683.
10. Butko Ya.A., Schilling, R.L., Smolyanov O.G.: Hamiltonian Feynman-Kac and Feynman formulae for dynamics of particles with position-dependent mass, Int. J. Theor. Phys. 50 (2011), 2009-2018.
11. Butko, Ya. A., Schilling, R.L., Smolyanov, O.G.: Lagrangian and Hamiltonian Feynman formulae for some Feller semigroups and their perturbations, to appear in IDAQP.
12. Gadella, M., Smolyanov, O.G.: Feynman Formulas for Particles with Position-Dependent Mass, Doklady Math. 77 (2007), 120–123.
13. Obrezkov, O., Smolyanov, O.G., Truman, A.: The Generalized Chernoff Theorem and Randomized Feynman Formula, Doklady Math. 71 (2005), 105–110.
14. Sakbaev, V.G., Smolyanov, O.G.: Dynamics of a Quantum Particle with Discontinuous Position-Dependent Mass, Doklady Math. 82 (2010), 630–634.
15. Smolyanov, O.G.: Feynman type formulae for quantum evolution and diffusion on manifolds and graphs, Quant. Bio-Informatics, World Sc. 3 (2010), 337–347.
16. Smolyanov, O.G., Shamarov, N.N.: Feynman and Feynman-Kac formulae for evolution equations with Vladimirov operator, Doklady Math. 77 (2008), 345–349.
17. Nelson, E.: Feynman integrals and the Schr¨odinger equation, J. Math. Phys. 3 (1964), 332–343.
18. Smolyanov, O.G., Shamarov, N.N.: Hamiltonian Feynman Integrals for Equations with the Vladimirov Operator, Doklady Math. 81 (2010), 209–214.
19. Chernoff, P.: Product formulas, nonlinear semigroups and addition of unbounded operators, Mem. Am. Math. Soc. 140 (1974).
20. Butko.Ya.A., Schilling R.L., Smolyanov O.G. Lagrangian and Hamiltonian Feynman formulae for some Feller semigroups and their perturbations // Preprint, 2011.
21. Bottcher B., Butko.Ya.A., Schilling R.L., Smolyanov O.G. Feynman formulae and path integrals for some evolution semigroups related to -Quantization// Rus. J. Math. Phys.,Vol. 18, N. 4, p.381-399. PleiadesPublishing Ltd. 2011.
22. Hwang I. L. The L2-Boundedness of Pseudodifferential Operators // American Mathematical Society.http://www.jstor.org/stable/2000896.(28.11.2011).
23. Smolyanov O.G.,Weizs¨acker H.V.,Wittich O. Difusion on compact Riemannian manifolds, and surface measures // Doklady Math. 61 (2000), 230-234.

24. Smolyanov O.G., Tokarev A.G., Truman A. Hamiltonian Feynman path integrals via the Chernoff formula // J. Math. Phys. 43 N 10 (2002), 5161-5171.

25. Smolyanov O.G., Weizs¨acker H. V., Wittich O. Brownian Motion on a Manifold as Limit of Stepwise Conditioned Standard Brownian Motions // In: Stochastic Proceses, Physics and Geometry: New Interplays. II: A Volume in Honor of Sergio Albeverio. Ser. Conference Proceedings. Canadian Math. Society. Providence: AMS. 29 (2000), 589-602.

26. Smolyanov O.G., Weizs¨acker H.V., Wittich O. Chernoff's theorem and the construction of semigroups. Evolution Equations: Applications to Physics, Industry, Life Sciences and Economics // Proc. 7th Intnl. Conf. Evolution Eqs and Appl., Levico Terme, Italy, Oct./Nov. 2000. Birkh¨aauser, Prog. Nonlinear Dier. Eq. Appl. 55, Basel 2003, 349-358.

27. Smolyanov O.G., Weizs¨acker H.V., Wittich O. Surface Measures and Initial Boundary Value Problems Generated by Diffusions with Drift // Doklady Math. 76 N 1 (2007), 606-610.

28. Бутко Я.А. Формулы Фейнмана и функциональные интегралы для диффузии со сносом в области многообразия // Мат. Заметки, 83 N 3 (2008), 333-349.

29. Бутко Я.А., Смолянов О.Г., Шиллинг Р.Л. Формулы Фейнмана для феллеровских полугрупп // Доклады РАН, 434 N 1 (2010), 7-11.

30. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ. Университетский курс. Москва, Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотичная динамика Институт компьютерных исследований. 2009.

31. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Том 1,2. Издательство "Мир". 1977.

32. Зорич В.А. Математический анализ, часть II. МЦНМО. 2002.

33. А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, Теория функций комплексной переменной. Серия "Курс высшей математики и математической физики". Выпуск 4. 2000.

34. Tritscher P. An integrable fourth-order nonlinear evolution equation applied to surface redistribution due to capillarity // J. Austral. Math. Soc. Ser. B. 1997. 38(4), pp. 518-541.

35. Monterde J., Ugail H. A general 4th-order PDE method to generate Bezier surfaces from the boundary // Computer Aided Geometric Design 23. 2006. pp. 208–225

36. Kim S., Lim H. Fourth-order partial differential equations for effective image denoising // Electronic Journal of Differential Equations, Conf. 17. 2009. pp. 107–121. ISSN: 1072-6691.

37. Halpern D., Jensen O.E., Grotberg J. B. A theoretical study of surfactant and liquid delivery into the lung // J. Appl. Physiol. 85:333-352. 1998.

38. Myers T.G.,Charpin J.P.F. A mathematical model for atmospheric ice accretion and water flow on a cold surface // Int. J. Heat Mass Transf. 47 (25). 2004.

39. Toga A. Brain Warping. Academic Press New York. 1998.

40. Градштейн И.С. Рыжик И.М. ФИЗМАТЛИТ. МОСКВА. 1963.