Секция «Математика и механика»

Надежность систем в случайной среде с большим числом элементов.

Крючкова Анна Владимировна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: Anna.428@inbox.ru

Рассматривается надежность систем с большим числом элементов. Система состоит из n компонент (или подсистем). Надежность i ой компоненты системы определяется случайной величиной ξ_i, и $\{\xi_i\}_{i=1}^n$- независимые случайные величины с функцией распределения $F(x)$. Пусть $A(t)$ - неотрицательный стохастический процесс с неубывающими траекториями ($A(0) = 0$). Поломка iой компоненты происходит в момент превышения процессом $A(t)$ уровня ξ_i. Выведенные из строя компоненты не восстанавливаются. Система выходит из строя, когда число работающих компонент $X(t)$ становится меньше некоторого уровня. Таким образом, система функционирует в случайной среде $A(t)$. Особенность системы состоит в том, что события выхода из строя различных компонент зависимы.

Исследуется асимптотическое поведение количества работающих в момент t компонент. Рассматривается схема серий. Предполагается, что среда зависит от $n = X(0)$ и имеет вид $A_{f(n)}(t) = f(n)V(t) + \Delta_{f(n)}$, где $\Delta_{f(n)} \to 0$ п.н., и $f(n) \to \infty$ при $n \to \infty$.

Теорема 1. Пусть существует плотность $p(x) = F'(x)$ и выполнены следующие условия:

$\cdot$ $n\overline{F}(f(n)V(t)) \to \infty$ при $n \to \infty$,

$\cdot$ $\frac{p(f(n)V(t))\sqrt{n}}{\sqrt{\overline{F}(f(n)V(t))}}\Delta_{f(n)} \to 0$ п.н. при $n \to \infty$.

Тогда для любого t распределение нормированной случайной величины

$$\frac{X(t) - n\overline{F}(f(n)V(t))}{\sqrt{\overline{F}(f(n)V(t))}}$$

слабо сходится к стандартному нормальному распределению при $n \to \infty$.

В работе рассмотрены три случая хвоста функции распределения $F(x)$: экспоненциальный, полиномиальный и хвост порядка e^{-cx^α}. Приведем результаты для экспоненциального хвоста.

Утверждение 1.1. Предположим $X(0) = n$, существует плотность и $p(x) = F'(x)$, $\overline{F}(x) \approx e^{-\alpha x}$, $\alpha > 0$, при $x \to \infty$ и выполнены следующие условия:

$\cdot$ $V_1 \le V(t) \le V_2$,

$\cdot$ $f(n)e^{\delta f(n)}\sigma^2_{f(n)} \to C, C = const, \delta > 2 - \frac{V_1}{V_2}$, где $\sigma^2_{f(n)}$ - дисперсия i-ой серии.

Тогда существует такое $0 < \beta < \frac{1}{\alpha V_2}$, что $f(n) = \beta \ln n$ и для любого неотрицательного t распределение нормированной случайной величины $\frac{X(t) - n^{1-\alpha V(t)\beta}}{\sqrt{n^{1-\alpha V(t)\beta}}}$ асимптотически нормально.