

Секция «Математика и механика»

Устранение хаоса в задаче пространственного движения асимметричного
твердого тела под действием бигармонического момента

Лосякова Дарья Андреевна

Аспирант

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.

Королева, Летательных аппаратов, Самара, Россия

E-mail: Losjakova@termech.ru

Изучается пространственное движение тела с одной неподвижной точкой под действием бигармонического момента $a \sin \theta + b \sin 2\theta$. Бигармоническая зависимость восстанавливающего момента от угла нутации предопределяет, как показано в [1], появление промежуточного положения равновесия, что существенно обогащает задачу. Задача еще более усложняется, если рассматривать малую динамическую асимметрию, связанную с несовпадением моментов инерции $\epsilon = \frac{B-A}{A}$, где $\epsilon \ll 1$ - малый параметр. В этом случае появление еще одной позиционной координаты - угла собственного вращения, при определенных условиях может привести к возможности возникновения хаоса.

Используя канонические уравнения, полученные с помощью функции Гамильтона:

$$H = H_0 + \epsilon H_1 + O(\epsilon^2),$$

где

$$H_0 = \frac{p_\theta^2}{2A} + \frac{(p_\psi - p_\varphi \cos \theta)^2}{2A \sin^2 \theta} + \frac{p_\varphi^2}{2C} + a \cos \theta + b \cos^2 \theta,$$
$$H_1 = -\frac{((p_\psi - p_\varphi \cos \theta) \cos \varphi - p_\theta \sin \theta \sin \varphi)^2}{2A \sin^2 \theta},$$

можно получить критерий возникновения хаоса в окрестности сепаратрис, применяя метод Мельникова в интерпретации Виггинса [2]. Результаты представлены в [1]. Поверхность Пуанкаре для канонической системы подтверждает нерегулярный характер движения системы (рисунок 1).

Для устранения хаотических режимов движения добавим действие диссипативного момента, пропорционального угловой скорости по углу нутации $\delta \dot{\theta}$. В силу наличия диссипации система не является гамильтоновой, следовательно нельзя воспользоваться функцией Мельникова в качестве критерия наличия хаоса. Используя метод отображений Пуанкаре был построен ряд фазовых плоскостей, на основании которых подобрано такое значение δ , при котором сепаратрисы не пересекаются, т.е. ни одна траектория не выходит за пределы области, ограниченной сепаратрисами (рисунок 2).

Литература

1. Асланов В.С. Движение несимметричного твёрдого тела под действием бигармонического момента // Проблемы аналитической механики и теории устойчивости: сб. науч. ст., посв. Памяти акад. В.В. Румянцева // Ин-т пробл. Управления РАН.-М.: Физматлит, 2009. – 420 с.

2. Wiggins S, Shaw S. Chaos and three-dimensional horseshoe in slowly varying oscillators
// ASME J. Appl. Mech. - 1988. - 55. - P. 959-968.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору В.С. Асланову за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Иллюстрации

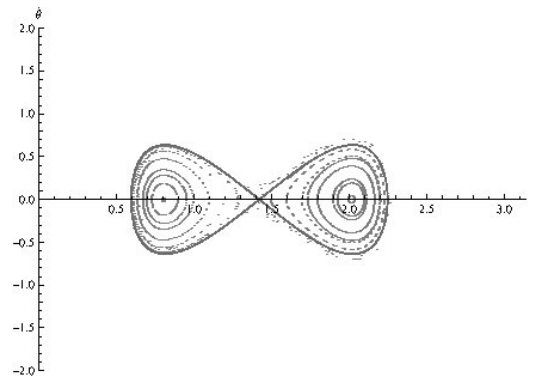


Рис. 1: Сечение Пуанкаре без диссипации

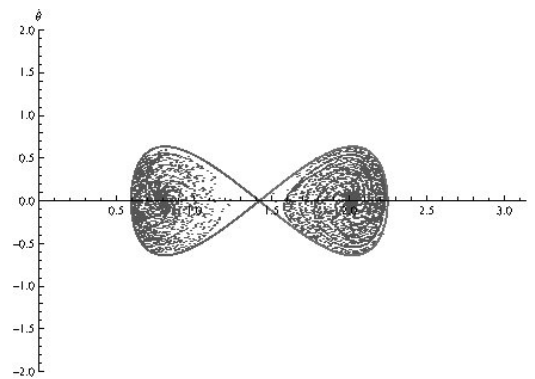


Рис. 2: Сечения Пуанкаре при наличии диссипации