

Секция «Математика и механика»

Нахождение значения параметров обратной связи при наихудшем значении ошибки измерительных приборов в задаче робастной стабилизации мобильного перевернутого маятника

Вдовенко Татьяна Владимировна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: htam7@mail.ru

Актуальность: Мобильный перевернутый маятник служит математической моделью многих процессов живой природы и техники, в частности, в настоящее время он активно применяется при моделировании положения человека на Земле. Для анализа устойчивости таких систем в реальных условиях необходимо проводить измерения различных параметров (углового ускорения, угловой скорости, угла отклонения маятника и т. д.). Известно, что реальные измерения всегда сопровождаются ошибками измерений. Задача о максимальном значении ошибки, при которой система не утратит стабилизируемость, является актуальной для многих процессов с маятником.

Постановка задачи: Имеется перевернутый маятник на подвижном основании, управляемый электродвижущим моментом, расположенным на подвижной платформе. Математическая модель горизонтального положения маятника описывается системой уравнений:

$$\dot{x} = A_3 x + Gr(t),$$

где A_3 — замкнутая матрица системы, G — матрица измерений, $r(t)$ — матрица ошибок измерений. В качестве измерения выбираем угловую скорость маятника и ускорение в точке, не совпадающей с его центром масс. Требуется найти максимальное значение $r(t)$, при котором система остается стабилизируемой, то есть решить задачу минимаксной стабилизации, где в качестве функционала качества используется J :

$$J = \max_{r \leq r_n} \int_0^{+\infty} |rc_j e^{A_3 t} G| dt \rightarrow \min_k,$$

где k — коэффициент обратной связи, r_n — максимальное априорное значение ошибки, c_j — покоординатный селектор, $j = 1, 2, 3$.

Основные результаты: Проведен анализ выбора параметров, наблюдение которых будет эффективно. Доказана наблюдаемость системы с двумя измерениями, опровергнута наблюдаемость системы с одним измерением. Определена область стабилизации при $r(t) = 0$. При наличии двух наблюдений в случае действительных корней характеристического уравнения системы разработан алгоритм и получены приближенные значения коэффициентов обратной связи, при которых достигается минимум функционала качества при наибольшем значении инструментальной ошибки.

Основные направления развития работы: увеличения точности нахождения коэффициентов обратной связи, проведение аналитических доказательств правильности полученных результатов, распространения полученных результатов на случай комплексных корней характеристического уравнения.