Секция «Математика и механика»

Абсолютные идеалы смешанных абелевых групп

Фам Тхитху Тхюи
Аспирант
Московский педагогический государственный университет, Математический факультет, Москва, Россия
E-mail: ptthuthuy@yahoo.com

Настоящая работа посвящена изучению абсолютных идеалов абелевой группы. Под абсолютным идеалом группы G понимается ее подгруппа, являющаяся идеалом в любом кольце, аддитивная группа которого совпадает с G. Минимальный абсолютный идеал абелевой группы G, содержащий элемент g называется главным абсолютным идеалом, пороженным элементом g в группы G и обозначается через $\langle g\rangle_{AI}$. Абелевая группа называется RAI-группой, если она допускает кольцевую структуру, в которой любой идеал является абсолютным. Проблема описания RAI-группы сформулирована в [2, проблема 93].

При изучению смешанных абелевых групп, часто рассматривается класс L таких абелевых групп G, что $G/T(G)$ является p-делима для всех простых чисел p таких, что $T_p(G) \neq 0$. Одним важным подклассом класса L является класс всех абелевых групп G таких, что любое умножение на периодической части $T(G)$ единственно продолжается до умножения на G. Этот класс обозначается через K.

В настоящей работе получены описания главных абсолютных идеалов и RAI-групп для абелевых групп ранга без кручения 1 класса L с неограниченными сепарабельными p-компонентами и счетных абелевых групп класса K.

Пусть G — группа. Пусть $B_p = \bigoplus\limits_{i\in I_p}\langle e_\pi\rangle$ — p-базисная подгруппа группы G и $m_{pk} = |i \in I_p \mid o(e_\pi) = p^k|$.

Теорема 1. *Пусть G — группа ранга без кручения 1 класса L такая, что $T(G)$ является сепарабельной группой с неограниченными p-компонентами. Группа G является RAI-группой тогда и только тогда, когда $r_p(G/B) \leq \sum\limits_{k=s}^{\infty} m_{pk}$ для всех $p \in \mathbb{P}, s \in \mathbb{N}$.*

Пусть $g \in G$, $\mathbb{H}(g) = (\sigma_\pi)_{p\in\mathbb{P},i\in\mathbb{N}_0}$ — высотная матрица элемента $g \in G$. Обозначим $\overline{\mathbb{H}(g)} = (\bar\sigma_\pi)_{p\in\mathbb{P},i\in\mathbb{N}_0}$ такая матрица, что $\bar\sigma_\pi = \sigma_\pi$, если $\sigma_\pi \in \mathbb{Z}$ и $\bar\sigma_\pi = \infty$, если $\sigma_\pi \geq \omega$. Пусть $G(\mathbb{H}(g)) = a \in G \mid \mathbb{H}(a) \geq \mathbb{H}(g)$ и $G(\overline{\mathbb{H}(g)}) = a \in G \mid \mathbb{H}(a) \geq \overline{\mathbb{H}(g)}$.

Теорема 2. *Пусть G — группа ранга без кручения 1 класса L такая, что $T(G)$ является сепарабельной группой с неограниченными p-компонентами.*

1) Пусть $t \in T(G)$. Тогда $\langle t\rangle_{AI} = T(\mathbb{H}(g))$.

2) Пусть $g \in G\backslash T(G)$.

а) Если матрица $\mathbb{H}(G)$ эквивалентна матрице, каждая p-строка которой имеет один из трех видов $(0 \quad 1 \quad 2 \quad \ldots \quad n_p \quad \infty \quad \ldots;)$, $(0 \quad 1 \quad 2 \quad \ldots;)$, $(\infty \quad \infty \quad \ldots;)$, то $\langle g\rangle_{AI} = G(\mathbb{H}(g))$.

б) В противном случае, $\langle g\rangle_{AI} = \langle g\rangle + T(\mathbb{H}(g))$.

Теорема 3. *Пусть G — счетная группа класса K, $g \in G$. Тогда $\langle g\rangle_{AI} = \langle g\rangle + T(\overline{\mathbb{H}(g)})$.*

Теорема 4. *Пусть G — счетная группа класса K. Тогда G является RAI-группой тогда и только тогда, когда $r_p(G/B) \leq \sum\limits_{k=s}^{\infty} m_{pk}$ для всех $p \in \mathbb{P}, s \in \mathbb{N}$.*

Литература

1. Москаленко А. И. О длине расщепления абелевых групп // Математические заметки. 1978. Т.24. 6. С.749-761.

2. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы, т.2, изд-во Мир, Москва, 1977.

Слова благодарности

Искренне благодарю научного руководителя профессора Компанцевой Е. И. за постановку задач, поддержку и внимание к моей научной работе.