

Секция «Математика и механика»

Об одном операторно-дифференциальном уравнении смешанного типа

Антипин Василий Иванович

Аспирант

Северо-Восточный федеральный университет, Институт математики и информатики, Якутск, Россия

E-mail: antvasiv@mail.ru

Работа посвящена исследованию краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений вида

$$Mu \equiv B(t)u_t - L(t)u = f, \quad t \in (0, T), \quad T \leq \infty, \quad (1)$$

где $B(t), L(t)$ ($t \in (0, T)$) – линейные операторы, определенные в данном гильбертовом пространстве E . Предполагаем, что оператор B обратим, в частности, он может иметь ненулевое ядро. Определим пространства F_0, G_0 , как пополнение $D(|B(0)|^{1/2})$ и $D(|B(T)|^{1/2})$ по нормам $\|u\|_0 = \| |B(0)|^{1/2}u \|$ и $\|u\|_T = \| |B(T)|^{1/2}u \|$ соответственно. Пусть также $F_0^\pm = \{u \in F_0 : E^\pm(0)u = u\}$, $G_0^\pm = \{u \in G_0 : E^\pm(T)u = u\}$, где $E^\pm(0), E^\pm(T)$ – спектральные проекторы операторов $B(0)$ и $B(T)$, соответствующие положительной и отрицательной частям спектра [1,2].

Уравнение (1) дополним краевыми условиями

$$E^+(0)u(0) = u_0^+, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0 \quad (T = \infty).$$

$$E^+(0)u(0) = h_{11}E^-(0)u(0) + h_{12}E^+(T)u(T) + u_0^+,$$

$$E^-(T)u(T) = h_{21}E^-(0)u(0) + h_{22}E^+(T)u(T) + u_T^- \quad (T < \infty),$$

где операторы h_{ij} обладают свойствами: $h_{11} \in L(F_0^-, F_0^+)$, $h_{12} \in L(G_0^+, F_0^+)$, $h_{21} \in L(F_0^-, G_0^-)$, $h_{22} \in L(G_0^+, G_0^-)$.

В работе сформулированы и доказаны теоремы существования и единственности поставленных краевых задач для уравнения (1).

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 гг. по мероприятию 1.3.1 и гранта Министерства образования и науки РФ №02. 740.11.0609.

Литература

1. Пятков С.Г. Некоторые свойства собственных функций линейных пучков // Сибир. мат. журнал. 1989. Т.30, N4. С.111-124.
2. Пятков С.Г. Свойства собственных функций одной спектральной задачи и некоторые их приложения // Некоторые приложения функционального анализа к задачам математической физики: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т математики. Новосибирск. 1986. С.65-84.