

Секция «Математика и механика»

Стабильные  $E$ -инварианты сбалансированных многогранников

Приходько Михаил Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Красногорск, Россия

E-mail: m\_prix@mail.ru

В работе [1] У.Бранс и И.Губеладзе ввели понятие множества опорных векторов многогранника, которое позволяет определить аналоги алгебраических  $K$ -групп, дополнительно параметризованные специальным классом многогранников, называемых сбалансированными. (Такие  $K$ -группы обозначаются  $K_i(R, P)$ , где  $R$  — ассоциативное кольцо, а  $P$  — сбалансированный многогранник.) Основной характеристикой этих многогранников является множество соотношений между опорными векторами. Многогранники, у которых эти характеристики совпадают, называют  $E$ -эквивалентными.

На множестве сбалансированных многогранников можно определить операцию удвоения вдоль грани, которая увеличивает размерность многогранника на 1. Эта операция обладает двумя важными свойствами: во-первых, в удвоенном многограннике сохраняются все соотношения между опорными векторами исходного многогранника, и, во-вторых, для любых двух последовательностей удвоений многогранника вдоль одинакового множества граней, получающиеся многогранники будут  $E$ -эквивалентны. Так как основными объектами изучения в теории, предложенной Брансом и Губеладзе, являются именно последовательности удвоений, имеет смысл следующее определение: два многогранника называются стабильно  $E$ -эквивалентными если существуют последовательности удвоений каждого из них, результаты которых  $E$ -эквивалентны. Таким образом все многогранники из одной последовательности удвоений стабильно  $E$ -эквивалентны.

Группы  $K_i(R, P)$  являются стабильными  $E$ -инвариантами сбалансированным многогранников. Бранс и Губеладзе показали, что эти инварианты нетривиальны — они вычислили  $K_2(R, P)$  для сбалансированных многоугольников, и некоторые из них оказались различны.

В данной работе построен новый стабильный  $E$ -инвариант — симплициальный граф сбалансированного многогранника. Этот ориентированный граф не меняется при удвоениях и характеризует структуру множества соотношений между опорными векторами. Как и группы  $K_i(R, P)$  этот инвариант не является полным — существуют не стабильно  $E$ -эквивалентные многогранники с одинаковыми симплициальными графами. Сравнивая эти два инварианта важно отметить, что: во-первых, существуют сбалансированные многогранники,  $K$ -группы которых совпадают, но симплициальные графы различаются, и, во-вторых, для всех многогранников с известными  $K$ -группами, верно следующее соотношение:

$$K_i(R, P) = K_i(R) \oplus \dots \oplus K_i(R),$$

где  $K_i(R)$  — классическая алгебраическая  $K$ -группа, а сумма берется столько раз, сколько вершин в симплициальном графе многогранника  $P$ .

Литература

1. W. Bruns and J. Gubeladze, Polyhedral  $K_2$ , Manuscripta Math. 109 (2002), 367 - 404.