Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Количество (k,l)-сумм в группах простого порядка

Саргсян Ваге Гнелович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия
E-mail: vahe_sargsyan@ymail.com

Пусть $\mathbf{Z}_p$ – группа вычетов по простому модулю p, а $k \geq 0$ и $l \geq 0$ целые числа, удовлетворяющие условию $k + l \geq 2$. Для всякого $B \subseteq \mathbf{Z}_p$ и любых целых чисел $k \geq 0$ и $l \geq 0$, удовлетворяющих условию $k+l \geq 2$, положим $kB - lB = \{x_1 + \dots + x_k - x_{k+1} - - \dots - x_{k+l} : x_1, \dots, x_{k+l} \in B\}$. Подмножество $A \subseteq \mathbf{Z}_p$ называется (k,l)-*суммой* , если существует подмножество $B \subseteq \mathbf{Z}_p$ такое, что $A = kB - lB$. Семейство всех (k,l)-сумм в группе $\mathbf{Z}_p$ обозначим через $\mathbf{SS}_{k,l}(\mathbf{Z}_p)$. В 2004 г. Б. Грин (B. Green) и И. Ружа (I. Ruzsa) [2] получили асимптотику логарифма числа $|\mathbf{SS}_{2,0}(\mathbf{Z}_p)|$. В работе получена асимптотика логарифма числа $|\mathbf{SS}_{k,l}(\mathbf{Z}_p)|$ при $k + l = 2$.

Пусть p – простое число, а $k \geq 0$ и $l \geq 0$ целые числа, удовлетворяющие условию $k + l = 2$. Тогда выполняются неравенства

$$p^2 2^{p/3} \ll |\mathbf{SS}_{k,l}(\mathbf{Z}_p)| \leq 2^{p/3+\varepsilon(p)}$$

где $\varepsilon(p)/p \to 0$ при $p \to \infty$ и $\varepsilon(p) \ll p(\log\log p)^{2/3}(\log p)^{-1/9}$.

В работе использована следующая литература [1-4].

Литература

1. Сапоженко А. А. Проблема Дедекина и метод граничных функционалов. М., 2009.

2. Green B., Ruzsa I. Counting sumsets and sum-free sets modulo a prime // Studia Sci. Math. Hungarica. 2004. **41**. P. 285–293.

3. Nathanson M. B. Additive number theory: Inverse problems and the geometry of sumsets, Graduate Texts in Mathematics **165**. Berlin, Heidelberg, New York; Springer-Verlag, 1996.

4. Pollard J. M. A generalization of the theorem of Cauchy and Davenport // J. London Math. Soc. 1974. **8**. N 2. P. 460–462.