

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Построение функции цены и синтеза импульсного управления в задачах с неопределенностью

Минаева Юлия Юрьевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: yminaeva@gmail.com

Среди современных задач теории управления одними из наиболее важных являются задачи синтеза управления, позволяющие находить решения в виде обратной связи. Также большое распространение получают задачи на малых временных промежутках, в которых возникают импульсные управления — ударные воздействия на систему, действующие за нулевое время и вызывающие мгновенные скачки фазовых переменных.

В настоящей работе рассматривается линейная система с импульсным управлением при наличии неопределенности:

$$dx(t) = A(t)x(t)dt + B(t)dU(t) + C(t)v(t)dt, \quad x(t_0) = x^0,$$

где $t \in [t_0, t_1]$ — фиксированный отрезок времени, $x \in \mathbb{R}^n$, $v \in \mathbb{R}^k$. В качестве управлений рассматриваются $U(t) \in BV([t_0, t_1], \mathbb{R}^m)$ — функции ограниченной вариации. Помеха $v(t) \in \mathcal{Q}(t)$ — ограничена.

Задача состоит в минимизации функционала

$$J(U) = \max_{v(\cdot) \in \mathcal{Q}(\cdot)} \{ \text{Var}_{[t_0, t_1]} U(\cdot) + \varphi(x(t_1 + 0)) \} \rightarrow \min,$$

где $\varphi(\cdot)$ — некоторая терминальная функция.

Особенностью данной задачи является наличие в системе неопределенности. Синтез импульсных управлений для систем без помех получен в работе [1].

Задача решается методом динамического программирования с помощью введения функции цены как минимального значения функционала по всем допустимым управлениям, после чего производится переход к задаче с коррекциями. Для этого вводится некоторое разбиение $\mathcal{T} = \{\tau_k\}_{k=0}^N$ отрезка времени $[t_0, t_1]$, и принимается, что в точках этого разбиения (точках коррекции) доступна информация о текущем значении фазовой переменной. Функция цены в точках коррекции удовлетворяет принципу оптимальности.

В общем случае аналитическое вычисление функции цены не представляется возможным. Аналитическая формула для задачи специального вида в одномерном пространстве получена в работе [2].

В настоящей работе, с помощью средств выпуклого анализа и принципа оптимальности, получена рекуррентная формула для определения функции цены. Также представлен численный алгоритм, позволяющий вычислять функцию цены в общем случае, в том числе для многомерного пространства.

С помощью вариационного неравенства типа Гамильтона-Якоби-Беллмана [3], которому удовлетворяет найденная функция цены, построены траектории системы для конкретных численных примеров.

Литература

1. A. N. Daryin, A. B. Kurzhanski. Dynamic Programming for Impulse Controls // Annual Reviews in Control. 2008. V. 32. N. 2. p. 213-227.
2. A. N. Daryin, A. B. Kurzhanski, Yu. Yu. Minaeva. On the Theory of Fast Controls under Disturbances // Proceedings of 18th IFAC World Congress. 2011. P. 3486-3491.
3. А. Н. Дарьин, Ю. Ю. Минаева. Синтез импульсных и быстрых управлений при неопределенности // Доклады РАН. 2011. Т. 441. 5. С. 601-605.