Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

О структуре равновесий Нэша и их локальной устойчивости в модели эндогенного формирования коалиций

Вартанов Сергей Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: sergvart@gmail.com

В работе рассматривается теоретико-игровая модель эндогенного формирования коалиций. В отличие от более ранней литературы ([1], [2]) по данной тематике, рассматривается модель без побочных платежей, описываемая некооперативной игрой. Множество игроков предполагается достаточно большим, что позволяет рассматривать непрерывное распределение их по идеальным точкам.

Игроки характеризуются непрерывным распределением с квазивогнутой функцией плотности $f(x)$ по идеальным точкам в одномерном множестве идеальных точек $X = [0, 1]$. Они выбирают стратегии из множества $I^0 = \{0, 1, ..., M\}$, где M - достаточно большое целое число. Если выбрана стратегия $i \neq 0$, то считается, что игрок присоединился к коалиции i, иначе считается, что он воздержался от присоединения. Рассматриваются ситуации, в которых для каждой коалиции функция $f_i(x)$ плотности распределения её участников интегрируема. Итоговая политика p_i коалиции определяется как медиана этого распределения. Функция выигрыша $U(x, r_i, p_i)$ игрока с идеальной точкой x, вступившего в коалицию размера r_i с политикой p_i, имеет вид $U(x, r_i, p_i) = R(r_i) - L(|x - p_i|)$, где $L(\cdot)$, $R(\cdot)$ - возрастающие непрерывные функции, а функция $L(\cdot)$, кроме того, является выпуклой.

Равновесием Нэша является такой набор стратегий, в котором каждый агент вступает в ту коалицию, где он имеет наибольший выигрыш при условии, что выбор остальных агентов фиксирован. Равновесие называется регулярным, если для любых двух коалиций их политики не совпадают. В регулярном равновесии каждой коалиции i соответствует единственный интервал $X_i \subset X$, такой что $\forall x \in X_i$ $f_i(x) = f(x)$ и $\forall x \in X \setminus \overline{X_i}$ $f_i(x) = 0$. Коалиции i и j, для которых $\overline{X_i} \cap \overline{X_j} \neq \emptyset$, называются соседними. Равновесие устойчиво к локальному объединению, если не существует такой новой коалиции, состоящей из двух соседних коалиций, что всем её участникам выгодно объединение. Равновесие устойчиво к локальному расколу, если не существует такого собственного подмножества участников одной из коалиций, что все они получат бóльший выигрыш, если сформируют отдельную коалицию.

В работе исследуются вопросы существования и устойчивости равновесий. В случае, когда выигрыш граничного агента произвольной коалиции является унимодальной функцией размера этой коалиции, в исследуемой модели всегда существуют равновесия, состоящие из достаточно большого числа коалиций. Также в работе построены пороговые значения размеров коалиций, при превышении которых равновесие становится устойчивым к локальному объединению. Кроме того, проведенное исследование показало, что в случае вогнутой функции $R(\cdot)$, вторая производная $R''(\cdot)$ которой убывает, любое равновесие в рассматриваемой модели является устойчивым к локальному расколу.

Литература

1. Alberto Alesina, Enrico Spolaore. On the number and size of nations // The Quarterly Journal of Economics, Vol. 112, No. 4. (Nov., 1997), pp. 1027-1056.
2. Anna Bogomolnaia, Michel Le Breton, Alexei Savvateev, Shlomo Weber. Stability of jurisdiction structures under the equal share and median rules // Economic Theory, Springer, vol. 34(3), (March, 2008), pp. 525-543.
3. Alexander Vasin, Denis Stepanov. Endogenous formation of political parties // Mathematical and Computer Modelling 48 (2008) pp. 1519–1526

Слова благодарности

Автор благодарит профессора, д.ф.м.н Васина А.А. за помощь в подготовке работы и написании тезисов.