Секция «Математика и механика»

Параллельная параметро-эффективная расшифровка интервально-постоянных функций

Осокин Виктор Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: osvic@mail.ru

Рассматривается задача параллельной параметро-эффективной расшифровки псевдо-булевских функций [1]. Рассмотрим такую псевдо-булевскую функцию, что если она принимает одно и то же значение на двух сравнимых наборах $\alpha < \beta$, то она принимает то же значение и на любом наборе γ, таком что $\alpha < \gamma < \beta$. Такие функции будем называть *интервально-постоянными* и обозначать класс таких функций через ICF [2]. Список подклассов ICF включает в себя псевдо-булевские монотонные функции (PM), монотонные функции (M) и разбивающие функции (SPL) [2].

Обозначим множество алгоритмов расшифровки класса Φ через $\mathcal{A}(\Phi)$. Пусть $\varphi(A,f)$ — это число запросов на значение функции, требуемое алгоритму A для расшифровки функции f. Пусть $\varphi_p(A,f)$ — это число блоков запросов на значение функции, требуемых алгоритму A для расшифровки функции f. Обозначим $\mathcal{A}_q(\Phi,n,k) = \{A \in \mathcal{A}(\Phi) : \max_{f\in\Phi^{k,n}} \varphi(A,f) \le q\}$. Положим $\varphi_p(\Phi,n,k,q) = \min\limits_{F\in\mathcal{A}_q(\Phi,n,k)} \max\limits_{f\in\Phi^{k,n}} \varphi_p(F,f)$.

Лемма 1. Пусть $\Phi \subseteq \mathrm{ICF}$. Существует такой алгоритм $A \in \mathcal{A}(\Phi)$, что $\varphi(A,\Phi^{k,n}) = O(k\log n + 2^k)$ при $n,k \to \infty$ и $\varphi_p(A,\Phi^{k,n}) = O(k)$ при $n,k \to \infty$.

Лемма 2. В каждом из классов $\mathrm{ICF}, \mathrm{PM}, \mathrm{SPL}, \mathrm{M}$ существует такой подкласс Φ, что для любого $A \in \mathcal{A}(\Phi)$ выполнено $k\log n = O(\varphi(A,\Phi^{k,n}))$ при $n,k \to \infty$ и если для некоторого $A \in \mathcal{A}(\Phi)$ выполнено $\varphi(A,\Phi^{k,n}) = O(k\log n)$, то $k = O(\varphi_p(A,\Phi^{k,n}))$, $k\to\infty$.

Другими словами, любой оптимальный на $\Phi^{k,n}$ алгоритм расшифровки из $\mathcal{A}(\Phi)$ имеет параллельную сложность на $\Phi^{k,n}$, большую или равную k по порядку при $n\to\infty$ и $2^k = O(k\log n)$, где Φ — класс из леммы.

Теорема. Для $k,n \in \mathbb{N}$ и произвольной константы $c > 2$, такой что $2^k < (\frac{c}{2}-1)k\log n$, выполнено $\varphi_p(\Phi,n,k,c\cdot k\log n) \asymp k$ при $k,n\to\infty$, где $\Phi \in \mathrm{ICF}, \mathrm{PM}, \mathrm{SPL}, \mathrm{M}$.

Теорема есть следствие лемм и утверждает, что алгоритм из Леммы 1 имеет минимальную по поряку параллельную сложность на $\Phi^{k,n}$ среди всех оптимальных на $\Phi^{k,n}$ алгоритмов из $\mathcal{A}(\Phi)$ при $n\to\infty$ и $2^k = O(k\log n)$, где $\Phi \in \mathrm{ICF}, \mathrm{PM}, \mathrm{SPL}, \mathrm{M}$.

Литература

1. Кудрявцев В.Б., Гасанов Э.Э., Подколзин А.С. Введение в теорию интеллектуальных систем. М., 2006.

2. Осокин В.В. О параллельной параметро-эффективной расшифровке псевдо-булевских функций. Интеллектуальные системы. Т.14. 2010.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору Э.Э.Гасанову за постановку задачи и помощь в работе.