Section «Mathematics Mechanics»

Байесовская задача о различении трех гипотез для броуновского движения

Житлухин Михаил Валентинович

Postgraduate

МИАН им. В.А. Стеклова; The University of Manchester, Отдел теории вероятностей и математической статистики, Москва, Russia

E-mail: zhitlukhin@gmail.com

Пусть на фильтрованном вероятностном пространстве $(\Omega, F, (F_t)_{t\geq 0}, P)$ задано броуновское движение $B = (B_t)_{t\geq 0}$ и случайная величина μ, независящая от B и принимающая три значения μ_0, μ_1, μ_2 с априорными вероятностями π^0, pi^1,π^2, где $\pi^0+\pi^1+\pi^2 = 1$.

Байесовская задача о последовательном различении трех гипотез состоит в следующем. Пусть $X = (X_t)_{t\geq 0}$ – наблюдаемый случайный процесс задаваемый как

$$X_t = \mu t + B_t.$$

Пусть $\delta = (\tau, d)$ обозначает решающее правило, состоящее из момента остановке $\tau = \tau(\omega)$ и решающей функции $d = d(\omega)$, являющейся F^X_τ-измеримой и принимающей три значения d_0, d_1, d_2, которые соответствуют принятию гипотез H_0, H_1, H_2 соответственно.

Рассматривается задача о нахождении решающего правила, которое минимизирует байесовский риск

$$R(\delta) = E[c\tau + W(\mu, d)],$$

где $c > 0$ является константой (стоимость наблюдений), и $W(\mu, d) = |W(\mu_i, d_j)\|$ функция цены ошибочного решения:

$$W(\mu_i, d_i) = 0, \quad i = 0, 1, 2,$$

$$W(\mu_i, d_j) = a_{ij}, \quad i, j = 0, 1, 2,\ i \neq j,$$

где константы $a_{ij} > 0$.

В настоящей работе исследуемая Байесовская задача сводится к задаче об оптимальной остановке локального времени диффузионного процесса. Качественно исследована структура оптимального момента остановки, а также получены интегральные уравнения, описывающие границы областей остановки и продолжения наблюдений. Данные уравнения решаются численно. Кроме того, для больших интервалов наблюдения, получена асимптотика указанных границ остановки.

References

1. R.S. Liptser, A.N. Shiryaev. Statistics of stochastic processes, 1. Springer, 1977.

2. G. Peskir. A change-of-variable formula with local time on curves // J. Theoret. Probab. 18:499–535, 2005.

3. G. Peskir, A.N. Shiryaev. Optimal Stopping and Free–Boundary Problems. Birkhauser Verlag, 2006.

4. A.N. Shiryaev. Statistical sequential analysis. Amer. Math. Soc., 1973.
5. T. Yamada. On a comparison theorem for solutions of stochastic differential equations and its applications. J. Math. Kyoto Univ., 13:497–512, 1973.