Секция «Математика и механика»

Оценка зависимости экстремумов на основе корреляционной копулы

Попова Мария Александровна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: mariapopova-mm@yandex.ru

В теории вероятностей часто используется понятие копулы. Копула выражает функцию совместного распределения случайных величин через маргинальные распределения.

Пусть F - функция распределения случайного вектора $\begin{pmatrix} X_1 \\ \cdots \\ X_n \end{pmatrix}$, тогда копула C, связанная с функцией F, - это функция распределения, которая удовлетворяет следующему соотношению:

$$F(x_1, \ldots, x_n) = C(F_1(x_1), \ldots, F_n(x_n)),$$

где $\mathrm{F}_1(x) = F(x, \infty, \ldots, \infty), \ldots, F_n(x) = F(\infty, \ldots, \infty, x)$.

В данной работе рассматривается двумерная копульная модель; маргинальные распределения принадлежат области притяжения Фреше. Целью данной работы является оценка параметров построенной модели.

Рассмотрим три независимых случайных величины Z_1, Z_2, X, одинаково распределённых по закону Парето. Обозначим через $G(x, y; \rho)$ функцию распределения вектора $(Z_1 + \rho X, Z_2 + \rho X)$ и через $G(x; \rho)$ - маргинальные одномерные функции распределения (они одинаковы). ПустьF_1, F_2 - две непрерывные функции распределения. Обозначим

$$(Y_1, Y_2) = (F_1^{\leftarrow}(G(Z_1 + \rho X)),\ F_2^{\leftarrow}(G(Z_2 + \rho X))),$$

где $F_1^{\leftarrow}, F_2^{\leftarrow}$ - функции квантилей. Предположим, что F_1, F_2 принадлежат области максимального притяжения Фреше с параметрами α и β, соответственно, $F_1 \in MDA(\alpha)$, $F_2 \in MDA(\beta)$, $\quad \alpha, \beta > 0$. Пусть имеется двумерная выборка $(Y_1^k, Y_2^k),\ k = 1, ..., n$ из генеральной совокупности, распределенной как (Y_1, Y_2).

Задача 1. Оценить α, β, ρ.
Задача 2. Изучить свойства предложенных оценок.

Литература

1. Peter D. Hoff. Extending the rank likelihood for semiparametric copula estimation // The Annals of Applied Statistics, 2007, Vol. 1

2. A. Fereira, L. de Haan. Extreme Value Theory. Springer, 2006.

3. C. Genest, K. Ghougi and L.P. Rivest. A semiparametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions. Biometrika, 1995.