

Секция «Математика и механика»

Разрешимость обратных задач для многомерных гиперболических уравнений

Павлов Степан Степанович

Аспирант

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, Якутск, Россия

E-mail: ststepmath@mail.ru

Пусть  $\Omega$  есть ограниченная область пространства  $R^n$  ( $\Omega \subset R^n$ ) с гладкой границей  $\Gamma$ ,  $\Gamma = \partial\Omega$ ,  $S = \Gamma \times (0, T)$ ,  $Q$  есть цилиндр  $\Omega \times (0, T)$ . Далее, пусть  $a(x, t)$ ,  $K(x, t)$ ,  $f(x, t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $u_0(x)$ ,  $u_1(x)$  есть заданные функции, определенные при  $x \in \bar{\Omega}$ ,  $t \in [0, T]$ .

Обратная задача: найти функции  $u(x, t)$  и  $q(t)$ , связанные в  $Q$  уравнением

$$u_{tt} - a(x, t)\Delta u + q(t)u_t = f(x, t), \quad (1)$$

при выполнении для функции  $u(x, t)$  начальных условий

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad u_t|_{t=0} = u_1(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

граничного условия

$$u|_S = 0, \quad (3)$$

а также с условия переопределения

$$\int_{\Omega} K(x, t)u(x, t)dx = \psi(t). \quad (4)$$

В изучаемой обратной задаче условия (2) и (3) есть условия обычной первой начально-краевой задачи, условие (4) есть условие переопределения; наличие этого условия объясняется тем, что помимо неизвестного решения  $u(x, t)$ , требуется найти также еще неизвестную функцию  $q(t)$ .

Теорема 1. Пусть выполняются условия

$$a(x, t) \in C^1(\bar{Q}), \quad K(x, t) \in C^2(\bar{Q}), \quad \psi(t) \in C^2([0, T]);$$
$$a_0 > 0, \quad \bar{a} > 0, \quad k_0 > 0, \quad a_t(x, t) \leq 0, \quad M_2 \leq k_0, \quad \bar{a} \geq M_1,$$

$$\int_{\Omega} K(x, 0)u_0(x)dx = \psi(0),$$

$$\int_{\Omega} K(x, 0)u_1(x)dx + \int_{\Omega} K_t(x, 0)u_0(x)dx = \psi'(0).$$

Тогда для любой функции  $f(x, t)$  такой, что  $f(x, t) \in L_2(Q)$ ,  $f_t(x, t) \in L_2(Q)$ , и для любой функций  $u_0(x)$  и  $u_1(x)$  таких, что  $u_0(x) \in W_2^2(Q) \cap \overset{\circ}{W}_2^1(Q)$ ,  $u_1(x) \in \overset{\circ}{W}_2^1(Q)$  обратная задача имеет решение  $\{u(x, t), q(t)\}$  такое, что  $u(x, t) \in V$ ,  $q(t) \in L_2([0, T])$ .

Работа выполнена при поддержке гранта СВФУ по лоту 1 "Поисковая научно-исследовательская работа" среди аспирантов и молодых специалистов в возрасте до 35 лет.