

Секция «Математика и механика»

О робастности GM-тестов в авторегрессии против выбросов

Есаулов Даниил Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: yesaulov_dm@mail.ru

В работе рассматривается задача проверки линейных гипотез в стационарной многопараметрической авторегрессии $u_t = \beta_1 u_{t-1} + \dots + \beta_p u_{t-p} + \varepsilon_t$, $t \in \mathbb{Z}$ в случае, когда наблюдения содержат выбросы, так что в результате наблюдается вектор (y_{1-p}, \dots, y_n) с $y_t = u_t + z_t^{\gamma_n} \xi_t$, $t = 1-p, \dots, n$. Здесь $\{z_t^{\gamma_n}\}$ — н.о.р. случайные величины, $z_t^{\gamma_n} \sim (1, \gamma_n)$, уровень засорения $\gamma_n = \min(1, n^{-1/2}\gamma)$, $\gamma \geq 0$; γ неизвестно; $\{\xi_t\}$ — н.о.р. случайные величины с неизвестным распределением μ . Это локальный вариант известной схемы засорения данных из [1]. Тесты строятся на основе GM-оценок параметров модели. А именно, пусть

$$L_{nj}(\boldsymbol{\theta}) := n^{-1/2} \sum_{t=1}^n \varphi(u_{t-j}) \psi(u_t - \theta_1 u_{t-1} - \dots - \theta_p u_{t-p}),$$

и вектор $\mathbf{L}_n(\boldsymbol{\theta}) := (L_{n1}(\boldsymbol{\theta}), \dots, L_{np}(\boldsymbol{\theta}))^T$. Тогда последовательность GM-оценок определяется как решение векторного уравнения:

$$\mathbf{L}_n(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$$

для априорно выбранных функций φ и ψ . При отсутствии засорений такие оценки детально изучены в [2].

В работе показана робастность тестов с точки зрения равностепенной непрерывностью семейства предельных мощностей по переменной γ . Такая постановка задачи родственна исследованию робастности тестов для случая независимых данных с помощью функций влияния. Для ссылок см. главу 2 в монографии [3]. Важно отметить, что функция ψ в (1) не обязана быть дифференцируемой. Полученное свойство равностепенной непрерывности является важным шагом в доказательстве локальной качественной робастности GM-тестов. Определение локальной качественной робастности см. в [4].

Литература

1. Martin R.D., Yohai V.J. Influence Functionals for Time Series // Ann. Statist., 1986., v.14., p.781–818
2. Koul H.L. Weighted Empirical and Linear Models. IMS, Hayward, CA, 1992
3. Hampel F.R., Ronchetti E.M., Rousseeuw P.J., Stahel W.A. Robust statistics. The approach based on influence functions.—New York:Wiley, 1985
4. Boldin M.V. Local Robustness of Sign Tests in AR(1) Against Outliers // Math. Methods of Statist., 2011., v.20., p.2-22