

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Метод предобуславливания Generalized Nested Factorization в задачах трехфазной трехкомпонентной фильтрации нефти.

Борисов Виталий Евгеньевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: narellen@mail.ru

Многие физические явления, например, фильтрация жидкости через пористую среду, описываются с помощью систем нелинейных уравнений в частных производных. Как правило, такие системы решаются с помощью метода Ньютона аппроксимации нелинейных систем, на каждом шаге которого для решения СЛАУ $Ax = b$ с большой разреженной матрицей обычно используется какой-либо итерационный метод с прекондиционированием.

На каждой нелинейной итерации метода Ньютона необходимо решать новую линейную систему, что в сумме составляет большую часть вычислительных затрат. Поэтому так важен вопрос отыскания эффективного прекондиционера с малым временем построения. Кроме того, в случае, когда системы достаточно большие, прекондиционер не должен занимать для своего хранения слишком много памяти. [3, 5]

Nested Factorization – эффективный прекондиционер, с малым временем построения и требующий для своего хранения умеренное количество памяти, был впервые представлен в [2]. В работах [2] и [4] было показано, что на ряде задач он работает лучше, чем широко распространенные ILU(0) или MILU [5]. NF работает с матрицей блочно трехдиагонального вида, к которому можно привести большинство задач, получающихся в результате дискретизации уравнений в частных производных. В отличие от ILU(0) или MILU в NF предобуславливатель не состоит строго из верхнетреугольного и нижнетреугольного множителей, вместо этого он имеет блочно трехдиагональную структуру, конструируемую с помощью рекурсивной процедуры построения блоков, исключаяющей одно измерение за один шаг рекурсии. Так, на самом нижнем уровне, прекондиционер имеет диагональную структуру.

Основной целью данной работы является анализ алгоритма предобуславливания методом Nested Factorization и его адаптация с помощью ряда обобщений и модификаций для работы с матрицами, возникающими в задачах трехфазной трехкомпонентной фильтрации нефти, а также сравнение скорости его работы со скоростью работы наиболее распространенных в настоящее время прекондиционеров. В частности, был построен алгоритм правильного учета нелокальных связей между ячейками сетки и, в общем случае, модификация NF, работающая на неструктурированных сетках - Generalized Nested Factorization (GNF). [1]

Литература

1. J.R. Appleyard, Method and apparatus for estimating the physical state of a physical system, EP 2 068 263 A2 (European Patent Application), 10.06.2009
2. J.R. Appleyard and I.M. Cheshire, Nested Factorization, SPE 12264, presented at the Seventh SPE Symposium on Reservoir Simulation, San Francisco, 1983.

3. M. Benzi, A.M. Tuma. A comparative study of sparse approximate inverse preconditioners, *Appl. Numer. Math.*, 30, (1999), pp. 305-340
4. N.N. Kuznetsova, O.V. Diyankov, S.S. Kotegov, S.V. Koshelev, I.V. Krasnogorov, V.Y. Pravilnikov, and S.Y. Maliassov, The family of nested factorization, *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 22(4) (2007), pp 393-412
5. Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear System*, PWS publishing company, Boston, MA, 1996