

Характерные особенности релятивистских моделей потенциального конфайнмента.

Улыбышев Максим Владимирович

аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: oulibishev@mtu-net.ru

Введение

Данная работа посвящена изучению структуры и свойств релятивистских связанных состояний частиц обеих статистик в потенциальной яме, когда она имеет смысл эффективного самосогласованного поля, порождаемого взаимодействием между частицами.

Научная проблема, в рамках которой выполнялась данная работа, состоит в исследовании механизмов образования наблюдаемого спектра бесцветных адронных состояний при низких энергиях. Как известно, взаимодействие между кварками описывается квантовой хромодинамикой, однако при низких энергиях бегущая константа связи КХД растет и описание важнейшего свойства сильных взаимодействий — возникновение фазы адронизации (конфайнмента) при низких энергиях — оказывается вне рамок возможностей пертурбативной КХД. В такой ситуации одним из наиболее эффективных подходов к описанию фазы конфайнмента оказываются модельные представления об адронах, как о кварк-глюонных «мешках» [1]. Особый интерес представляют связанные состояния легких (u и d) кварков. В них массы кварков вносят лишь незначительный вклад в общую массу составной частицы. При этом основным эффектом взаимодействия является возникновение эффективного самосогласованного поля типа потенциальной ямы, которое удерживает кварки внутри адронов, и связанного с этим полем конденсата кварк-антикварковых пар и глюонов (кирального конденсата), в котором сосредоточена основная часть массы адрона.

Методы расчетов

Одним из наиболее эффективных способов описания таких релятивистских связанных состояний является квазипотенциальный подход [2,3]. Основным преимуществом данного подхода является то, что при сохранении явной релятивистской инвариантности описания, волновая функция (ВФ) системы зависит лишь от одной временной переменной и позволяет обычную вероятностную интерпретацию.

Конкретно в работе исследуется релятивистская задача о связанных состояниях бозонов и фермионов в одномерном «мешке». Самосогласованное запирающее поле, возникающее как результат взаимодействия частиц, моделируется прямоугольной потенциальной ямой. В релятивистском конфигурационном представлении [3] аналог уравнения Шредингера в 1+1D для бозона в потенциальной яме выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{\lambda^2} [\psi(\xi - i\lambda) + \psi(\xi + i\lambda) - 2\psi(\xi)] + V(\xi)\psi(\xi) = E\psi(\xi), \text{ где } V(\xi) = -V_0\theta(\xi_0 - |\xi|). \quad (1)$$

Мы работаем в системе $\hbar = c = 1$; все величины в данном уравнении безразмерны, однако размерности можно восстановить с помощью параметра размерности массы.

ξ - СЗ оператора Казимира группы Лоренца, имеет смысл безразмерной координаты относительно центра масс системы [3].

λ - мера малости квантовых возбуждений по отношению к классической составляющей системы (самосогласованное поле + конденсат).

Аналогичную конечно-разностную структуру со сдвигом аргумента в комплексную плоскость имеет в релятивистском конфигурационном представлении и аналог квадрированного уравнения Дирака для фермиона в потенциальной яме. Как следствие, свойства решений этих уравнений значительно отличаются от решений

обычных дифференциальных уравнений Шредингера и Дирака. Так как аргумент ВФ принимает значения на комплексной плоскости, то необходимо определиться со свойствами аналитичности ВФ системы. В данной работе от ВФ требуется аналитичность в полосе $\text{Im}|\xi| < \lambda$ и квадратичная интегрируемость на действительной оси. Эти требования имеют физический смысл существования конечного неотрицательного функционала кинетической энергии, а также снимают неоднозначность решений уравнений [4, 5].

Решение уравнений типа (1) в общем виде представляет значительные трудности. Однако вполне естественно учесть конкретные значения параметров, возникающие в физике адронов, где при массе всей составной частицы порядка 1 Гэв $\xi_0 \approx 2$, $\lambda \approx 1/N_c = 1/3$. В рамках этого приближения оказывается возможным найти явные выражения для ВФ системы и получить трансцендентное уравнение на уровни энергии.

Результаты

Физически наиболее интересными являются низколежащие уровни в достаточно глубокой яме ($\lambda^2 V_0^2 > 1$). Тогда спектральные уравнения для бозонов и фермионов дополнительно упрощаются и имеют вид:

$$\exp(2i\omega(\xi_0 - \Delta\xi_0)) = \pm 1, \text{ где } \Delta\xi_0 \approx \frac{\lambda}{\pi} \ln \frac{\ln \lambda V_0}{2\pi}, \quad E = \frac{4}{\lambda^2} \sin^2 \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Сравнивая их со спектром уравнений Шредингера и Дирака для частицы в бесконечно глубокой яме, можем сформулировать два основных результата:

1. Медленное (дважды логарифмическое) эффективное сокращение ширины ямы и подъем уровней по сравнению с обычными шредингеровскими уровнями в бесконечно глубокой яме.
2. Бозонные и фермионные уровни стремятся к совпадению с ростом глубины ямы.

Данный анализ применим вплоть до таких глубин ямы V_0 , когда параметр $\lambda^2 V_0^2$ оценивается сверху числом 1000^{1000} .

Весьма схожее поведение фермионов и бозонов в представленной модели потенциального конфайнмента может быть понято и на качественном уровне. В случае дифференциальных уравнений ВФ частицы вне ямы убывает тем быстрее, чем больше глубина ямы. Для бесконечно глубокой ямы это приводит к граничным условиям, различным для бозонов и фермионов. В случае конечно-разностных уравнений, описывающих релятивистскую систему, потенциальная яма возникает как результат взаимодействия частиц. Роль граничных условий теперь играет условие аналитичности ВФ в полосе $\text{Im}|\xi| < \lambda$, одинаковое для бозонов и фермионов. Теперь ВФ всегда, независимо от глубины ямы, проникает в запрещенную область, причем с ростом V_0 этот эффект становится все более универсальным и поведение бозонов и фермионов все более сближается.

Литература

1. A. Hosaka, H. Toki. Phys. Rep. 277 (1996) 65.
2. A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze. Nuovo Cimento. 29 (1963) 380.
3. В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, Н. Б. Скачков. ЭЧАЯ. 2 (1972) 635.
4. К. А. Свешников, П. К. Силаев. ТМФ 108 (1996) 212.
5. К. А. Свешников, П. К. Силаев. ТМФ 132 (2002) 408.