

Способы проверки аксиом и свойств элементов в алгебраических структурах

Правильникова Валерия Владимировна

Студентка

Липецкий государственный технический университет, факультет автоматизации и информатики, Липецк, Россия

E-mail: leca@lipetsk.ru

При рассмотрении алгебраических структур, а именно группоидов и бигруппоидов [1], возникает потребность в некотором рациональном подходе для проверки аксиом, таких как левая и правая дистрибутивность, левая и правая автодистрибутивность, медиальность, тождества взаимной дистрибутивности, Йордана, Якоби, Бола, Муфанг, модулярности, а также некоторых специальных свойств элементов указанных структур [3,4].

Соответственно целью данной работы является создание наиболее рационального способа проверки аксиом и свойств элементов алгебраических структур методом вычислений и умозаключений.

В ходе исследования, тест Лайта [2], используемый для проверки ассоциативности конечного группоида $G = \langle S, \bullet \rangle$, операция \bullet которого задана таблицей Кэли, был модифицирован. Точнее, для проверки выполнения других аксиом алгебраических структур была взята основа это этого теста. Описанную ниже процедуру нужно проделать для каждого элемента a из некоторого порождающего множества группоида S . Необходимо задать две бинарные операции $(*)$ и (\circ) , определенные в S в зависимости от рассматриваемой аксиомы. Пусть, для примера, это $A(BC) = (AB)(AC)$ – левая автодистрибутивность. Тогда $(*)$ и (\circ) определены следующим образом: $x*y = a(xy)$ и $x\circ y = (ax)(ay)$. Аксиома выполняется в $G = \langle S, \bullet \rangle$ тогда и только тогда, когда для каждого фиксированного элемента $a \in S$ эти две бинарные операции совпадают. Таким образом, основная идея - построение таблиц Кэли для операций $(*)$ и (\circ) и проверка их совпадения.

Указанный подход очень удобен, занимает немного времени и вычислений, применим для проверки аксиом, связывающих две операции, например, проверка правой дистрибутивности в бигруппоиде $BG = \langle S, \bullet, \circ \rangle$.

Также ускорить процесс проверки можно, используя взаимосвязи между аксиомами и свойствами элементов алгебраических структур, некоторые из которых описаны и доказаны в [4].

Дальнейшие исследования будут направлены на совершенствование описанного метода, на поиск других рациональных способов проверки аксиом и свойств элементов в алгебраических структурах (группоидах и бигруппоидах), на создание компьютерных программ для тестирования законов.

Результаты, полученные в ходе исследования, могут применяться для решения задач искусственного интеллекта.

Литература

1. Общая алгебра / Под общ. ред Л.А. Скорнякова. Т. 1, 2. – М.: Наука, 1990, 1991. – Т. 1. – 592 с.; – Т. 2. – 480 с.
2. Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп. – Т. 1. – М.: Мир, 1972. – 285 с.
3. Правильникова В.В. Тестирование законов и свойств элементов в группоидах: Тезисы докладов VIII Региональной научной и инженерной выставки «Шаг в будущее». – Липецк: ЛГТУ, 2005. – С. 67.
4. Правильникова В.В. Связь аксиом и свойств элементов в бигруппоидах: Материалы межвузовской научной конференции «Взгляд молодежи». – Липецк: ЛЭГИ, 2007. – С. 78.