

Двойственная модель к динамической модели межотраслевого баланса с учетом экологического фактора и внесения инвестиций

Петлина Елена Михайловна

аспирант

Ставропольский государственный университет, Ставрополь, Россия

E-mail:356620@gmail.com

Макроэкономические модели описывают экономику как единое целое, связывая между собой укрупненные материальные и финансовые показатели: потребление, инвестиции, занятость и др. Учет инвестиций предполагает, что модель является динамической.

Динамическая модель межотраслевого баланса, в которой учитывается выделение и утилизация вредных отходов и внесение инвестиций на развитие производства, имеет вид:

$$\begin{cases} x_{t+h} = A_{11}x_{t+h} + A_{12}y_{t+h} + B_{11}\frac{x_{t+h} - x_t}{h} + B_{12}\frac{y_{t+h} - y_t}{h} + f_{1,t+h}, \\ y_{t+h} \geq A_{21}x_{t+h} + A_{22}y_{t+h} + B_{21}\frac{x_{t+h} - x_t}{h} + B_{22}\frac{y_{t+h} - y_t}{h} - f_{2,t+h}, \\ x_{t+h} \geq \theta, y_{t+h} \geq \theta, x_t \geq \theta, y_t \geq \theta, \end{cases} \quad (1)$$

С помощью элементарных преобразований модель (1) сводится к виду:

$$\begin{cases} x = C_{11}x + C_{12}y + g_1, \\ y \geq C_{21}x + C_{22}y - g_2, \end{cases} \quad (2)$$

где $C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$ ($i, j = 1, 2$), $g_1 = -B_{11}x_t - B_{12}y_t + f_{1,t+1}$, $g_2 = B_{21}x_t - B_{22}y_t + f_{2,t+1}$, $h = 1$.

Двойственной к модели (1) является модель вида:

$$\begin{cases} p = C_{11}^*p + C_{21}^*q + v_1, \\ q \leq C_{12}^*p + C_{22}^*q - v_2, \\ p \in E_x^*, q \in E_x^*, p \geq \theta, q \geq \theta, \end{cases} \quad (3)$$

в которой учтены цены полезных продуктов и плата за выброс в окружающую среду вредных отходов. При этом для модели (3) выполняются соотношения $C_{1i}^*p = pC_{1i}$, $C_{2i}^*q = qC_{2i}$, ($i = 1, 2$).

Решение задачи (3) ищется в виде

$$(p^*, q^*) = (\sup\{p\}, \sup\{q\}) \quad (p, q) \in P,$$

где множество P функционалов (p, q) , удовлетворяющих (3), составляет множество планов (решений) двойственной задачи.

Кроме того, установлено, что обобщенное решение (p^*, q^*) является планом, если оператор $C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$ продуктивен, т.е. $\rho(C) < 1$. Поэтому решение модели (3) существует и единственно.

Как показало исследование, решение двойственной модели (p^*, q^*) связано с решением (x^*, y^*) модели (2) простым соотношением, имеющим важный экономический смысл, обобщающий один из основных результатов теории Леонтьева: национальный продукт равен национальному доходу.

Литература

1. Колемаев В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.
2. Кремер Н.Ш. и др. Исследование операций в экономике. – М., 1997.
3. Леонтьев В.В., Форд Д. Экономика и математические методы. – М., 1972.