Двусторонние уравнения в бигруппоидах

Мещерякова Ольга Викторовна
ученица
МОУ СОШ №69 11 класс, Липецк, Россия
E–mail: syperolga@mail.ru

При решение различных прикладных задач приходится сталкиваться с исследованием и решением уравнений в структурах, в которых не предусмотрено выполнение каких-либо законов [1]. В этом случае необходимо предложить подход к исследованию и решению уравнений, составить алгоритм.

В работе рассмотрено исследование и решение двусторонних уравнений $(a \bullet x) \blacklozenge b = c$ в бигруппоидах. Произвольный бигруппоид определяется заданием двух операций над элементами некоторого множества S и обозначается $BG = \langle S, \bullet, \blacklozenge \rangle$. Предложенный подход к исследованию и решению уравнений в бигруппоидах основывается на задании соотношений для параметров и их сопровождающих элементов, установлении критериев разрешимости, введении сопровождающих операций [2].

Для исследования уравнения необходимо разбить его на два: правостороннее $y \blacklozenge b = c$ и левостороннее $a \bullet x = y$. Рассмотрим первое уравнение, введем требования для параметра b.

$^{\blacklozenge}0\ (\nabla b)(\exists b^{\bullet})(\forall s)\quad \{((s \blacklozenge b) \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b) \blacklozenge b = s \blacklozenge b\}$

где $^{\blacklozenge}b$ – сопровождающий относительно основной операции.

Тогда критерий разрешимости $(c \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b) \blacklozenge b = c$ и частное решение $y^* = c \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b$. Введем сопровождающую операцию $\Diamonddot$ и сопровождающий элемент к ней $^{\Diamonddot}b$. Установим требования

$^{\blacklozenge}1\ (\nabla b)(\nabla b^{\bullet})(\exists b^{\Diamonddot})(\forall s)\ \{(s \blacklozenge {}^{\Diamonddot}b) \Diamonddot ((s \blacklozenge b) \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b) = s\}$

$^{\blacklozenge}2\ (\nabla b)(\exists b^{\Diamonddot})(\forall t,s)\ \{((s \blacklozenge {}^{\Diamonddot}b) \Diamonddot t) \blacklozenge b = t \blacklozenge b\}$

Решение уравнения $y \blacklozenge b = c$:

$y = (k \blacklozenge {}^{\Diamonddot}b) \Diamonddot (c \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b),\ k \in S.$

Аналогичным образом рассмотрим второе уравнение.

$a \bullet x = y$

$0^{\bullet}\ (\nabla a)(\exists a^{\bullet})(\forall s)\ \ \{a \bullet (a^{\bullet} \bullet (a \bullet s)) = a \bullet s\}$

$y = a \bullet (a^{\bullet} \bullet y)$

$x^* = a^{\bullet} \bullet y$

$1^{\bullet}\ (\nabla a)(\nabla \mathrm{a}^{\bullet})(\exists a^{\odot})(\forall s)\{(a^{\bullet} \bullet (a \bullet s)) \odot (a^{\odot} \bullet s) = s\}$

$2^{\bullet}\ (\nabla a)(\exists a^{\odot})(\forall t,s)\{a \bullet (t \odot (a^{\odot} \bullet s)) = a \bullet t\}$

$x = (a^{\bullet} \bullet y) \odot (a^{\odot} \bullet f),\ f \in \mathrm{S}$

$(a \bullet (a^{\bullet} \bullet ((k \blacklozenge {}^{\Diamonddot}b) \Diamonddot (c \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b)))) \blacklozenge b = ((k \blacklozenge {}^{\Diamonddot}b) \Diamonddot (c \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b)) \blacklozenge b = c$ – критерий, связывающий операции.

$x = (a^{\bullet} \bullet ((k \blacklozenge {}^{\Diamonddot}b) \Diamonddot (c \blacklozenge {}^{\blacklozenge}b))) \odot (a^{\odot} \bullet g),\ k \in K,\ g \in S$ – общее решение.

Предложенный метод применим в таких структурах, как полукольца, биквазигруппы [3]. Результаты проведенных исследований могут быть применены также в такой области науки, как криптография.

Литература

1. Блюмин С.Л. Исследование и решение двусторонних уравнений в бигруппоидах без использования законов операций [Текст] / С.Л. Блюмин // Вести высших учебных заведений Черноземья. – Липецк: ЛГТУ. – 2006. - № 3(5). – С. 96-100.
2. Мещерякова О.В. Определение сопровождающих операций к основным операциям в группоидах [Текст] / О.В. Мещерякова // VII научно-практическая конференция молодых ученых, аспирантов и студентов «Наша общая окружающая среда»: Сборник тезисов докладов. – Липецк, ЛЭГИ. – 2006. – С. 25-26.
3. Белоусов В.Д. Основы теории квазигрупп и луп [Текст] / В.Д. Белоусов, М.: Наука, 1967, 223 с.