О уравнении фильтрации диффузионных процессов[1]

Асадуллин Эльдар Маратович[2]

студент

ГОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия

E–mail: mrsine@mail.ru

Рассматривается задача фильтрации диффузионных процессов $\left(X(t), Y(t)\right)$, удовлетворяющих системе уравнений Ито

$$X^i(t) = x_0^i + \int\limits_{[0,t]} {}_X B^i(s, Z(s))ds + \int\limits_{[0,t]} {}_X \Sigma^{il}(s, Z(s))d\tilde{v}^l(s), \; i = 1 \div d,$$

$$Y^i(t) = y_0^i + \int\limits_{[0,t]} {}_0 \sigma^{il}(s, Y(s))d\tilde{w}^l(s), \; i = 1 \div d_1,$$

где $\tilde{v}(t)$ – винеровский процесс в R^{d+d_1}, $\tilde{w}^l := \tilde{v}^{d+l}$ при $l = 1 \div d_1$. $Y(t)$ – наблюдаемая компонента, а $X(t)$ – ненаблюдаемая. Рассматривается случай $d = 2$, $d_1 = 2$.

Известно [1, с. 183], что решение задачи фильтрации может быть сведено к нахождению ненормализованной фильтрационной плотности $u(t, x)$, которая удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению в частных производных

$$du(t,x) = L^*(t, x, Y(t))u(t,x)dt + M^{l*}(t, x, Y(t))u(t,x)d\tilde{w}(t),$$

где операторы L^* и M^{l*} введены по формулам

$$L^*(t, x, Y(t))u := (a^{ij}(t, x, Y(t))u)_{ij} - ({}_x b^i(t, x, Y(t))u)_i,$$

$$M^{l*}(t, x, Y(t))u := -(\sigma^{il}(t, x, Y(t))u)_i + h^l(t, x, Y(t))u, \; l = 1 \div d_1.$$

В работе показано, что решение последнего уравнения сводится к решению цепочки нестохастических дифференциальных уравнений в частных производных.

Литература

1. Розовский Б.Л. (1983) Эволюционные стохастические системы // М.: Наука, 1983.
2. Насыров Ф.С. (2004) Симметричные интегралы и потраекторные аналоги стохастических дифференциальных уравнений // Вестник УГАТУ. Том 4. № 2, с. 55-66.

---

[1] Тезисы доклады основаны на материалах исследований, проведенных в рамках гранта Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант №05-01-97909).

[2] Автор выражает признательность профессору, д.ф-м.н. Насырову Ф.С. за помощь в подготовке тезисов.