

УДК 519.68

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ,  
ВОЗНИКАЮЩИХ В ТЕОРИИ МЯГКИХ СЕТЧАТЫХ ОБОЛОЧЕК**

**Бандеров В.В., Задворнов О.А.**

*Казанский государственный университет*

Изучаются стационарные задачи (об определении положения равновесия) мягких [1] сетчатых оболочек, закрепленных по краям и находящихся под воздействием массовых и поверхностных сил, при наличии препятствия (не обязательно выпуклого). Рассматриваются как плоские задачи (для бесконечно длинной цилиндрической оболочки), так и пространственные задачи (для сетчатой оболочки, образованной двумя семействами нитей). Математически рассматриваемые задачи описываются вариационными и квазивариационными неравенствами в гильбертовых и банаховых пространствах. Исследована разрешимость этих неравенств для случая, когда физические соотношения, связывающие относительные удлинения и усилия в нитях описываются степенными функциями.

Для решения рассматриваемых задач предложены двухслойные итерационные методы, которые были реализованы численно. Для плоских задач в случае выпуклого препятствия была исследована сходимость этих методов (см. [2]). Проведены численные расчеты, их результаты хорошо согласуются с известными из натуральных экспериментов (см. [1]). Кроме того, для ряда модельных задач (как без препятствия, так и с препятствиями) были построены точные решения, проведенное сравнение их с приближенными решениями также подтвердило эффективность предложенных методов.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 03-01-00380, 04-01-00821) и КЦФЕ Минобразования РФ (гранты Е02-1.0-189, А03-2.8-660).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Ридель В.В., Гулин Б.В. Динамика мягких оболочек. - М.: Наука, 1990. - 206 с.
2. Бадриев И.Б., Задворнов О.А., Саддек А.М. Исследование сходимости итерационных методов решения некоторых вариационных неравенств с псевдомонотонными операторами // Дифф. уравн. - 2001, - Т. 37. - N 7, С. 891-898.

УДК 681.3

**МЕТАГРАММАТИКА ДЛЯ СТРУКТУРНО-ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ  
ОБРАБОТКИ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ДАННЫХ В ФОРМАТЕ SXF**

**Белов М.В.**

*Курский государственный технический университет, Россия*

При разработке перспективных методов и средств обработки геоинформационных данных в распределенных ГИС одной из наиболее важных и актуальных является задача создания структурно-лингвистических методов обработки координатно-привязанной информации [1].

Для минимизации алгоритмической сложности в качестве основы при создании структурно-лингвистического метода обработки геоинформационных данных применяется аппарат формальных метаграмматик, описанный в работе [2].

Входную метаграмматику для обработки векторных геоинформационных данных в формате SXF можно определить как:

$$MG = \langle \{G_i\}, W \rangle,$$

где  $G_i$  – множество регулярных программных грамматик ( $i=1(1)7$ ),

$W$  – схема метаграмматики, задающая набор правил согласования между грамматиками множества  $\{G_i\}$ .

Разработанная метаграмматика позволяет описать входной язык атрибутивных транслирующих метаграмматик, которые могут применяться в структурно-лингвистических методах обработки геоинформационных данных в многофункциональных цифровых оконечных терминалах распределенных ГИС.

Верификация предложенных метаграмматических конструкций осуществлялась средствами логического программирования на языке Пролог.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, грант №А03-3.16-54.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атакищев О.И., Белов М.В., Емельянов С. Г., Новиков А.В. Применение структурно-лингвистических методов для обработки векторных геоинформационных данных в формате SXF // Телекоммуникации, 2004, №1, С. 6-10.
2. Атакищев О.И. Метаграмматики и особенности их применения для формального описания сигналов документальных служб связи и передачи данных. Ч.1. Метаграмматики. Основные понятия и определения. // Телекоммуникации, 2001, № 10, С. 2-6.

УДК 517.977

## АНАЛИЗ ОДНОГО МЕТОДА АППРОКСИМАЦИИ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

Брусникина Н.Б.

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

В работе исследуется аппроксимация множества достижимости выпуклыми многогранниками  $X(T) = X(T, X_0)$  для дифференциального включения вида

$$\dot{x} \in Ax + U, \quad 0 \leq t \leq T, \quad x(0) \in X_0,$$

где  $x \in R^n$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $U, X_0$  – выпуклые многогранники. Получена скорость сходимости аппроксимации, в том числе коэффициент сходимости. Рассматриваемый метод аппроксимации является синтезом метода построения множеств достижимости для линейных динамических систем, основанного на использовании принципа максимума Понтрягина [1], и оптимального метода аппроксимации выпуклых тел многогранниками [2].

Пусть  $\rho(c, X)$  – опорная функция множества  $X$  в направлении  $c$ ,  $\delta^h(X_1, X_2)$  – расстояние по Хаусдорфу между множествами  $X_1, X_2$ ,  $\|X\| = \max_{x \in X} \|x\|$  – норма множества  $X$ ,  $\lambda = \lambda(A) = \max_{1 \leq k \leq n} |\lambda_k|$ , где  $\lambda_k$  -- собственные числа матрицы  $A$ .

В качестве аппроксимации используется выпуклое компактное множество  $\tilde{X}(T)$ , заданное своей опорной функцией  $\rho(c, \tilde{X}(T)) = \langle c, \tilde{x}(T) \rangle$ , для любого направления  $c \in R^n, \|c\| = 1$ , где  $\tilde{x}(T) = \tilde{\varphi}(0)\tilde{x}_0 + \sum_{i=1}^N \frac{h}{2} [\tilde{\varphi}(t_{i-1})\tilde{u}_{t_{i-1}} + \tilde{\varphi}(t_i)\tilde{u}_{t_i}]$ ,  $h = \frac{T}{N}$ ,  $t_i = ih$ ,  $\tilde{\varphi}(t_i)$ ,  $i = 0, \dots, N$  – численная реализация матричной экспоненты  $e^{A(t_i)}$  с помощью метода Рунге-Кутты, векторы  $\tilde{x}_0$  и  $\tilde{u}_{t_i}$  найдены из условий  $\langle \tilde{\varphi}(t_i)\tilde{u}_{t_i}, c \rangle = \max_{u \in U} \langle \tilde{\varphi}(t_i)u, c \rangle$ ,  $\langle \tilde{\varphi}(0)\tilde{x}_0, c \rangle = \max_{x \in X_0} \langle \tilde{\varphi}(0)x, c \rangle$ .

Аппроксимация множества  $\tilde{X}(T)$  может быть получена численно, с использованием методов полиэдральной аппроксимации выпуклых тел [2].

**Теорема.** Пусть оптимальное управление  $u(t)$  исходной задачи на отрезке  $[0, T]$  имеет не более  $N_1 - 1$  точек переключений. Тогда

$$\delta^h(X(T), \tilde{X}(T)) \leq \frac{\lambda}{12} e^{\lambda T} (\lambda T + 3N_1 e^{\lambda h}) h^2 + K_1 (\|X_0\| + 2T\|U\|) h^4 = \frac{\lambda}{12} e^{\lambda T} (\lambda T + 3N_1) h^2 + O(h^3),$$

где  $K_1 = \frac{T\lambda^5}{120} e^{T(2\lambda + \frac{1}{2}\lambda^2 h + \frac{1}{6}\lambda^3 h^2 + \frac{1}{24}\lambda^4 h^3)}$ .

Благодаря нахождению коэффициента сходимости оказалось возможным предложить численный метод аппроксимации множеств достижимости с контролируемой точностью аппроксимации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов, М., Наука, 1983.
2. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей, М., Наука, 1997.

УДК 519.642

### О ПРИБЛИЖЕННОМ РЕШЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА ТРЕТЬЕГО РОДА Вагизова А. Х.

*Филиал Казанского государственного университета в г.Набережные Челны*

Ряд важных задач теорий переноса, рассеяния, упругости, а также теории уравнений смешанного типа приводит к линейным интегральным уравнениям третьего рода (УТР). Такие уравнения, как правило, точно решаются лишь в очень редких частных случаях. Поэтому особенно актуальной является разработка эффективных методов их приближенного решения.

В данной работе исследуются прямые "полиномиальные" методы решения УТР в некотором пространстве обобщенных функций. В качестве иллюстрации приведем один из результатов.

Пусть дано УТР

$$(Ax)(t) \equiv t^m x(t) + \int_{-1}^1 K(t,s)x(s)ds = y(t), \quad (-1 \leq t \leq 1), \quad (1)$$

где  $m \in \mathbb{N}$ ;  $K$  и  $y$  – известные непрерывные функции, удовлетворяющие определенным условиям "гладкости" точечного характера, а  $x$  – искомая обобщенная функция. Его приближенное решение ищем в виде

$$x_n(t) \equiv \sum_{i=0}^{n-1} c_i t^i + \sum_{i=0}^{m-1} c_{i+n} t^{-i-1} \quad (n \geq m), \quad (2)$$

где  $c_i = c_i^{(n)}$  ( $i = \overline{0, n+m-1}$ ) – подлежащие определению коэффициенты. Их находим согласно методу моментов из условий

$$\int_{-1}^1 (Ax_n - y)(t) \rho(t) \cdot T_j(t) dt = 0 \quad (j = \overline{0, n+m-1}), \quad (3)$$

где  $\{T_j\}$  – полная ортонормированная на  $[-1, 1]$  по весу  $\rho(t) = (1-t^2)^{-1/2}$  система полиномов Чебышева 1-го рода.

Обоснование алгоритма (1)–(3) в смысле [1] дается на базе рассуждений и результатов работы [2].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Габдулхаев Б.Г. Оптимальные аппроксимации решений линейных задач. Казань, 1980. 232 с.
2. Габбасов Н.С. О приближенном решении интегральных уравнений третьего рода // Изв. вузов. Математика, 1986, №6, С.49-52.

# ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ НАХОЖДЕНИЯ K-БЛИЖАЙШИХ СОСЕДЕЙ В МНОГОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ДЛЯ ЗАДАЧ АГЛОМЕРАТИВНОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Грехова Н.О.

*Новосибирский Государственный Университет*

Кластеризация множества точек широко применима для задач статистического анализа и классификации в различных приложениях, включая информационный поиск, распределение ресурсов, интеллектуальный анализ данных, рассредоточенные базы данных, сжатие данных, обработка изображений, астрофизика и наукоемкие вычисления.

Метод агломеративной кластеризации часто используется для получения кластеризации иерархически, путем последовательных операций объединения. К таким методам относится часто применимый метод Варда (или PNN – pairwise nearest neighbor), достоинствами которого являются концептуальная простота и хорошие результаты кластеризации. Однако, как и для множества других вычислительных алгоритмов этой области, основой данного алгоритма является проблема вычислительной геометрии поиска ближайших соседей. Эта проблема хорошо изучена для случая 2-мерного пространства, однако не удается легко сделать обобщение на случай  $d$ -мерного пространства, так как сложность алгоритма экспоненциально возрастает с ростом  $d$ . Так, например, для задач цветового квантования ( $d = 3$ ), сжатия изображений ( $d = 16$ ) и интеллектуального анализа данных ( $d = 50$ ), имеющиеся алгоритмы по сложности сравнимы с алгоритмами полного перебора.

Целью данной работы являлось изучение алгоритмов, которые эффективно работают в многомерных информационных пространствах, сравнение и анализ наиболее эффективных алгоритмов, и разработки модернизированного алгоритма с учетом проведенного анализа.

В ходе нашей работы были рассмотрены следующие основные подходы к решению задачи о ближайшем соседе:

Использование метрических свойств функции расстояния для определения степени удаленности некоторого кодового слова  $y$  от текущего выбранного кодового слова  $x$  без вычисления расстояния  $\rho(x,y)$  [С.-М. Huang, G.S. Stiles, R.W. Harris, “Fast full search equivalent encoding algorithms for image compression using vector quantization”]. Вариации этого подхода используются в таких алгоритмах, как PDS (partial distance search), MCS (mean-constructed search), AESA (approximation and elimination search algorithms), Cauchy-Schwarz inequality constrained search, и так далее.

Использование статистических свойств векторных компонентов для разделения области поиска на гиперкубы [P. Zakarauskus, J.M. OZard, “Complexity analysis for partitioning nearest neighbor searching algorithms”].

Было замечено, что большинство алгоритмов быстрого поиска ближайшего соседа имеют различную степень производительности в зависимости от количества заранее вычисленной информации, что соответственно увеличивает количество дополнительных вычислений и объемов памяти, то есть, увеличивает емкостную сложность алгоритма.

В этой работе мы рассмотрели подход к решению задачи о ближайшем соседе для конструирования алгоритмов, который представляет собой баланс между затратами и производительностью следующих трех компонентов для общего сокращения затрат: получение начального варианта совпадения, критерий оптимальности текущего варианта, и семантический способ выбора кодового слова для следующей итерации.

Результаты проведенного нами анализа позволяют сконструировать эффективный алгоритм поиска  $k$ -ближайших соседей для многомерных пространств. Емкостная сложность алгоритма составляет  $O(k \cdot n)$  на предварительные расчеты, а временная сложность составляет  $O(k \cdot d \cdot \log n)$  на нахождение решения, где  $d$  – размерность пространства,  $k$  – параметр для задачи  $k$ -ближайших соседей,  $n$  – количество векторов в информационном

пространстве. В заключение был проведен ряд экспериментов для практического обоснования полученных результатов.

УДК 519.6

## **ОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ АКТИВНЫХ ИНДЕКСОВ В СМЕШАННЫХ КОМПЛЕМЕНТАРНЫХ ЗАДАЧАХ**

**Дарьина А.Н.**

*Российский Университет Дружбы Народов*

Доклад посвящен сравнительному численному анализу различных способов идентификации активных индексов для смешанных комплементарных задач (МСП), как принято называть вариационные неравенства на параллелепипеде [1]. Один из наиболее эффективных современных подходов к численному решению смешанной комплементарной задачи и ее важных частных случаев (обычной комплементарной задачи, системы Каруша-Куна-Таккера [2]) основан на локальной идентификации индексов активных в искомом решении, с последующим применением к получаемой системе уравнений методов ньютоновского типа [3]. Идентификация осуществляется с помощью так называемых идентифицирующих функций [4], использующих оценки расстояния до решения через невязку исходной задачи, связанную с той или иной функцией дополненности. Численные методы, основанные на указанной идеологии, называются методами активного множества. В последнее время этим методам уделяется все больше внимания. Разумеется, итоговая эффективность таких методов существенно зависит от эффективности используемого способа идентификации. Целью вычислительного эксперимента было сравнение различных процедур идентификации и выработка рекомендаций по оптимальной организации таких процедур. А именно, изучалось влияние на качество идентификации выбора функции дополненности, а также выбора идентифицирующей функции. Рассматривались как традиционные негладкие функции дополненности, так и специальная гладкая функция. В первом случае соответствующая оценка расстояния и процедура идентификации обосновывается при выполнении так называемого  $R_0$ -свойства, а во втором – при выполнении более слабого условия 2-регулярности. Эксперименты показали, что оба варианта могут иметь преимущества при соответствующем выборе идентифицирующих функций и их параметров.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Facchinei F., Pang J.-S.* Finite-Dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems. New York: Springer, 2003.
2. *Izmailov A.F., Solodov M.V.* Karush-Kuhn-Tucker systems: regularity conditions, error bounds and a class of Newton-type methods // *Math. Progr.* 2003. V.95. P. 631-650.
3. *Дарьина А. Н., Измаилов А. Ф., Солодов М. В.* Смешанные комплементарные задачи: регулярность, оценки расстояния до решения и ньютоновские методы // *ЖВМ и МФ.* 2004. Т. 44, № 1. С. 51-69.
4. *Facchinei F., Fischer A., Kanzow C.* On the accurate identification of active constraints // *SIAM J. Optim.* 1999. V. 9. P.14-32.

УДК 519.711.3

## **ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТОРОИДАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ**

**Злобин В.В.**

*Московский государственный университет им. М.В Ломоносова*

В работе рассматривается проблема оптимизации параметров физических процессов в установках токамак с помощью методов математического моделирования. Решение за-

дач оптимизации в натурном эксперименте не представляется возможным из-за высокой стоимости. Здесь приходит на помощь вычислительный эксперимент, основанный на надёжном физическом и математическом фундаменте. Цель настоящих исследований - поиск параметров, при которых достигается максимальное значение тока в плазме, вызванного градиентом давления. Решение задачи сильно затрудняется большим объёмом вычислений, который не позволяет непосредственно применить классические методы оптимизации. Для оценки оптимальных значений параметров предлагается заменить сложную математическую модель нейросетевым отображением и далее использовать его для изучения влияния входных параметров на целевую функцию.

Оптимизация параметров по упрощённой модели проходит в следующей последовательности. Сначала в случайных точках проводятся расчёты по исходной модели. Далее на полученных данных обучается нейронная сеть, которая и используется для поиска оптимальных значений параметров. Нейросеть, в данном случае, выступает как аппроксимация модели происходящих в плазме процессов. При необходимости настройка нейросети уточняется с помощью новых расчётов по исходной модели.

Искомый ток вычислялся с помощью кода SCoPE [1]. Настраивалось четыре параметра, задающих профили температуры и плотности плазмы. Благодаря новому подходу к решению задачи оптимизации удалось добиться увеличения дополнительного тока более чем в 6 раз. При этом использовалось лишь 30 расчётов по коду SCoPE. Быстродействие же нейросети позволило провести тысячи расчётов.

Предложенная методика реализована в среде MATLAB с удобным графическим интерфейсом и наглядными средствами визуализации данных, такими как карты Кохонена. Разработанное программное обеспечение может эффективно использоваться в различных областях знаний, особенно в тех случаях, когда классические подходы оказываются неприменимы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zaitsev F.S., Shishkin A.G., Kostomarov D.P., O'Brien M.R., Akers R.J., Gryaznevich M., Trefilov A.B., Yelchaninov A.S.* The Numerical Solution of the Self-Consistent Evolution of Plasma Equilibria. // *Sov. Phys. Comm.* 2004. V. 157/2. P. 107-120.

УДК 519.68

#### **МЕТОДЫ ГЕНЕРАЦИИ ТЕСТОВ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ «PARUS» НА ОСНОВЕ DATA FLOW ПОДХОДА**

**Иванов А. С., Сальников А. Н.**

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

Многопроцессорные системы сильно различаются по архитектуре и среде программирования. В данных условиях люди вынуждены одну и ту же параллельную программу переписывать под каждую архитектуру. Довольно часто в этом случае получается проигрыш по производительности, в виду того, что учесть массу особенностей архитектуры многопроцессорной системы достаточно трудно. Таким образом, решение комплекса проблем, которые возникают в связи с параллельным программированием для различных архитектур многопроцессорных систем, требует предварительного анализа алгоритма и, возможно, написания программы совсем в другом ключе. Система параллельного программирования Parus предоставляет возможность создавать параллельные программы, абстрагируясь от деталей реализации каналов связи и деталей среды параллельного программирования. (Деталей среды программирования в смысле передачи данных для каждой конкретной многопроцессорной платформы.)

Parus-программа по data flow подходу – ациклический ориентированный граф, где каждая вершина графа соответствует последовательно исполняемому фрагменту кода, а рёбра соответствуют зависимости по данным между фрагментами кода. Каждый фрагмент получает все данные до начала исполнения, а после исполнения сохраняет в памяти данные необходимые другим вершинам графа для исполнения. Если вершины графа были исполнены на различных процессорах и между ними есть зависимость по данным, выраженная дугой, то будет инициализирована передача данных по каналам связи между процессорами. Назначение вершин графа по процессорам может производиться как вручную, так и автоматически. Подробное описание системы Parus можно прочитать в статье [1].

Написание параллельной программы как графа сопряжено с определенными техническими трудностями. В связи с этим для каждой модельной задачи требуется написание специальной программы для генерации графов. Как иллюстрация данного подхода написаны программы, строящие графы в нотации представления графов для среды “Parus”. Реализована программа, генерирующая графы для произвольных перцептронов, а также программа, строящая граф для распределённых операций над массивом большой размерности. Тестирование проведено на многопроцессорных системах Regatta (МГУ) и MBS 1000M (МСЦ РАН)

Данная работа производится при поддержке гранта РФФИ №02-07-90130-в.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сальников А.Н., Сазонов А. Н., Карев М. В. Прототип системы разработки приложений и автоматического распараллеливания программ для гетерогенных многопроцессорных систем // Вопросы Атомной Науки и Техники; Мат. моделирование физических процессов. Научно-технический сборник, 2003, №1, с. 61-68.

УДК 519.681.5

### **БИБЛИОТЕКА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ТИПОВЫХ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ СТРУКТУР НА ЯЗЫКЕ PYTHON Истоин Т. Е.**

*Московский государственный университет им. М.В Ломоносова*

Типовая алгоритмическая структура (ТАС) - это каркас параллельного алгоритма, предназначенный для решения некоторого класса задач. Каркас адаптируется под конкретную задачу и наполняется функциональностью программистом (в результате получается экземпляр типовой алгоритмической структуры). Экземпляры ТАС могут быть вложены друг в друга, в качестве функциональных параметров. Таким образом существует возможность иерархического задания параллельной структуры алгоритма. Листьями иерархии являются вручную реализованные функции (последовательные или параллельные).

Примеры ТАС: независимый параллелизм (Map), редукция (Reduce), конвейер (Pipe), менеджер заданий (Farm), вычисления на сетке (Mesh), последовательная композиция (Cotr) [1,2,3].

В рамках проекта по созданию визуальной среды параллельного программирования ParaCop [2] реализована библиотека типовых алгоритмических структур и вспомогательных конструкций (операции декомпозиции и сборки данных, протоколы связи ТАС). К особенностям библиотеки относятся: объектный подход, поддержка различных виртуальных топологий, возможность использования компонентов, созданных самостоятельно, гибкость встроенных компонентов, поддержка произвольной вложенности структур, динамическое размещение экземпляров ТАС на процессорах, поддержка неструктурированного (ad-hoc) параллельного кода, разделение описания параллельной структуры программы и предметно-специфических вычислительных функций.

Библиотека написана на языке Python, доступ к вызовам MPI предоставляется пакетом ruMPI.

Произведены испытания библиотеки на тестовых задачах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берзигияров П.К. Программирование на типовых алгоритмических структурах с массивным параллелизмом// Вычислительные методы и программирование, 2001, Т.2, 1, с.96-112, [http://num-meth.srcc.msu.su/zhurnal/tom\\_2001/pdfart2\\_1.pdf](http://num-meth.srcc.msu.su/zhurnal/tom_2001/pdfart2_1.pdf).
2. Истомин Т.Е. ParaCop: система параллельного программирования на типовых алгоритмических структурах. // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы второго Международного научно-практического семинара. / Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского государственного университета, 2003.
3. MacDonald S. Parallel Object-Oriented Pattern Catalogue.

УДК 004.931;004.932

### СЕГМЕНТАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ СТРАНИЦ ЦВЕТНЫХ ПЕЧАТНЫХ ДОКУМЕНТОВ

Казанов М.Д.

*Институт системного анализа РАН*

Сегментация цветных изображений является бурно развивающейся в наши дни областью обработки цифровых изображений. [1]. Нами разработан новый метод сегментации цифровых изображений, ориентированный, главным образом, на цветные изображения, содержащие объекты различного типа: как крупные, так и мелкие объекты; как объекты, имеющие резкие границы, так и объекты, имеющие плавные границы. Примерами таких изображений могут быть оцифрованные страницы цветных журналов или газет. В основе предлагаемого метода лежит алгоритм ватершед-преобразования (watershed transformation) [2]. Применение оригинального многомасштабного анализа [3], рассматривающего градиентные изображения от малого масштаба к крупному, позволило создать универсальный метод для сегментации объектов, имеющих границы разного наклона. При продвижении к крупным масштабам предлагаемый подход предотвращает размывание резких границ, найденных на малых масштабах. При рассмотрении крупных масштабов метод позволяет успешно определять положение плавных границ. Эффективность сегментации на малых масштабах достигается за счет использования специального оператора градиента и модификации ватершед-преобразования, позволяющих успешно сегментировать объекты малой величины, имеющих собственные размеры или размеры частей вплоть до 1 пикселя. Использование дополнительного механизма контроля возможности соединения сегментируемых областей, при работе алгоритма ватершед-преобразования, позволяет избежать их ошибочное слияния.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cheng H.D., Jiang X.H., Sun Y., Wang Jingli, Color image segmentation: advances and prospers // Pattern Recognition, 2001, №34, С. 2259-2281.
2. Beucher S., Meyer F. The Morphological Approach to Segmentation: The Watershed Transformation. Mathematical Morphology in Image Processing, E. R. Dougherty Editor, Marcel Dekker, Inc, New York, 1992, С.433-481.
3. Kazanov M. One approach to multi-scale edge detection. Third IASTED International Conference on Visualization, Imaging, and Image Processing, 2003, С. 356-360.



**ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА В ИНТЕРНЕТЕ  
НАУЧНЫХ КОНФЕРЕНЦИЙ НА ПРИМЕРЕ КОНФЕРЕНЦИИ  
«ЛОМОНОСОВ» МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**Кальченко Д.А.**

*Вычислительный Центр им. А.А. Дородницына Российской Академии Наук*

Существуют научные мероприятия, которые требуют информационной поддержки в интернете. Как правило, поддержка этих мероприятий обеспечивается через информационный сайт и ряд специальных функций и сервисов. Технологическая платформа должна быть «нетяжелой» и включать инструменты, позволяющие не программистам, осуществлять функции администраторов и редакторов ресурса.

Одним из мероприятий, требующих серьезной информационной поддержки, являются научные конференции, симпозиумы, конгрессы и научные съезды. Эти мероприятия, с точки зрения информационной поддержки, как правило, имеют схожий набор функций. Из этих функций и сервисов можно выделить базовые:

- Информационное письмо
- Правила и условия участия
- Правила оформления тезисов докладов
- Лента новостей и обновлений
- Регистрация участников
- Отправка и прием тезисов
- Расписание работы мероприятия
- Состав оргкомитета
- Контактная информация

Дополнительная функциональность зависит от специфики конкретного мероприятия. Например, для научной конференции с большим числом участников и которая проходит сразу по нескольким направлениям можно выделить следующую полезную функциональность:

- Слежение за статусом и приглашение участников
- Часто задаваемые вопросы
- Рассылка сообщений/приглашений участникам
- Дополнительная информация по секциям
- Расписание работы секций

Для обеспечения базовых и части дополнительных функций в рамках платформы Endeavour (<http://www.mmforce.net/technology.php>) был реализован набор компонент, которые обеспечивали требуемую функциональность. При этом компоненты, входящие в пакет компонент Новости, были подключены практически без изменений, тогда как модуль регистрации участников был специально разработан, написан и подключен к системе.

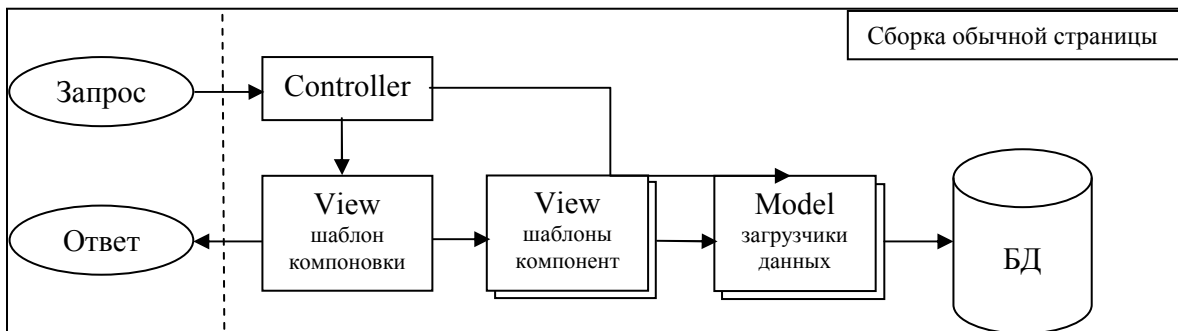
Программная платформа Endeavour представляет собой специальную систему управления контентом (CMS), построенную по модульную принципу с поддержкой компонентно-шаблонной модели и модифицированной модели MVC, адаптированной для web-приложений.

Оригинальная модель Model-View-Controller (MVC) означает, что компонента условно разбита на три части: модель (model), вид (view) и контроллер (controller). Каждая из этих частей отвечает за свой функциональный сектор. Модель хранит данные компоненты и обеспечивает программный интерфейс к ним. Вид отвечает за отображение компоненты. Контроллер управляет отдельной компонентой или группой компонент в целом.

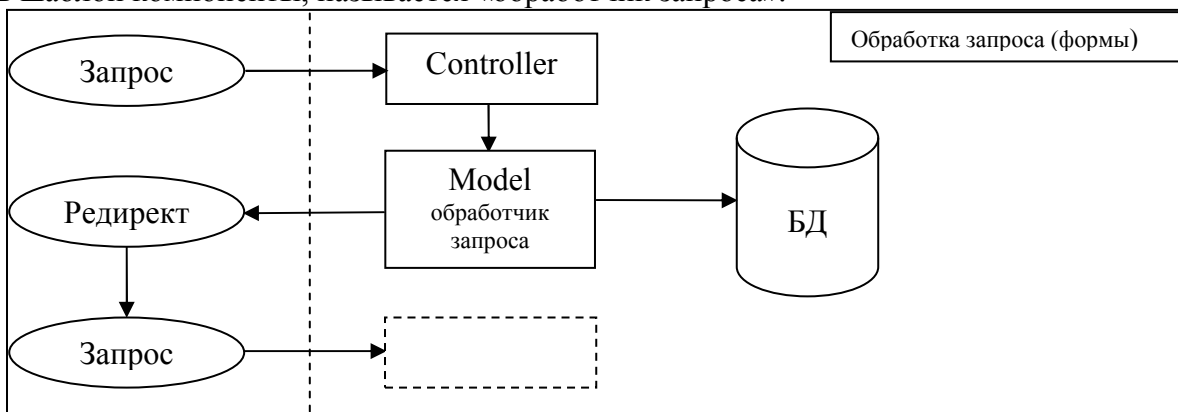
Стандартная схема работы модели MVC была модифицирована и адаптирована для web-приложений, работающих на платформе Endeavour, которая для логики представления использует модифицированный шаблонный движок Smarty.

В схеме, используемой в рамках Endeavour, HTTP запросы обрабатываются контроллером, который у каждой страницы свой. Он передает управление специальному шаблону компоновки, который содержит общую схему расположения на странице шаблонов компонент, которые в свою очередь могут содержать шаблоны подкомпонент.

Model, обеспечивающая шаблон компоненты необходимыми данными, называется «загрузчик данных».



Model, которая участвует в обработке HTTP запроса без подготовки и загрузки данных в шаблон компоненты, называется «обработчик запроса».



Для того, чтобы в рамках используемой технологии реализовать и добавить поддержку нового сервиса, необходимо проделать следующее:

Разбить сервис на отдельные компоненты. Например, для сервиса регистрации участников конференции можно выделить следующие компоненты:

1. Регистрационная форма (доступна на сайте)
2. Просмотр списка поданных заявок (доступен в редакторском интерфейсе)
3. Просмотр единичной заявки (доступен в редакторском интерфейсе)

Для создания каждой компоненты необходимо:

1. Написать контроллер
2. Создать внешний вид всех вариантов представления компоненты
3. Написать загрузчики данных
4. Написать обработчики запросов
5. Подключить к сайту

В качестве примера использования описанной выше технологии – сайты международной научной конференции «Ломоносов» 2003 и 2004 годов (<http://www.mmforce.net/msu/conf/>). Ежегодно оргкомитет конференции и оргкомитеты секций, которых сейчас уже более 20, рассматривают несколько тысяч заявок участников и отбирают около полутора тысяч.

При разработке регистрации для сайта конференции 2003 года был учтен опыт разработчиков регистрации прошлых лет, когда регистрация и отправка тезисов были реализованы одной HTML формой, что приводило к большому числу неудобств и сложностей.

Поэтому была разработана специальная схема регистрации участников, с разделением регистрации от отправки материалов участника в оргкомитет. После заполнения формы регистрации участник для каждого своего доклада получал случайный 8 символьный 16-ричный идентификатор.

После регистрации участнику сообщались дополнительные инструкции и специальный адрес электронной почты, на который следовало отдельным письмом для каждого доклада выслать тезисы и отзыв/рекомендацию научного руководителя. В теме письма было необходимо указать идентификатор доклада, и идентификатор секции. Фильтр по темам позволял раскладывать входящие письма по разным папкам на почтовом сервере, чтобы потом эти материалы можно было передать оргкомитетам секций.

Существовала техническая возможность организовать автоматическую пересылку поступающих материалов по секциям в реальном времени, но оргкомитетом конференции было принято решение, что надежнее и проще будет передать секциям все поступившие материалы уже после окончания регистрации.

Плюсы и возможные минусы данной технологии для реализации сайтов информационной поддержки конференций, симпозиумов и научных съездов.

Плюсы:

- Удобная и быстрая сборка необходимого функционала из уже существующих компонент.
- Легкая расширяемость путем создания новых компонент и сервисов.
- Возможность легкого изменения дизайна без изменения кода (контроллеров и модели).
- Возможность изменения или замены кода или логики работы компонент без изменения дизайна (вида).

Минусы:

- Необходимость продумывания сервиса как совокупности отдельных компонент и разделения каждой компоненты на контролер (Controller), бизнес логику (Model) и представление (View).

Технология позволяет легко интегрировать ее с другими информационными ресурсами или сервисами, чтобы предоставить дополнительную информацию для посетителей информационного сайта или предоставить информацию с сайта другим ресурсам.

В качестве примера можно привести интеграцию с сервисами, предоставляющими информацию о персоне и их публикациях. Которые могут быть реализованы с использованием технологий XML и RDF:

1. Представление дополнительной информации о членах организационного комитета конференции.
2. Поиск персоны, участвующей в конференции, во внешней базе данных.
3. Поиск научных публикаций персоны, участвующей в конференции.
4. Предоставления информации о научных институтах или учебных заведениях, которые представляет участник конференции.

Кроме того, можно обеспечить информационный обмен между информационным сайтом конференции и другими сайтами, связанными с конференцией. Например, сайты секций, сайты факультетов, поддерживающих секции, главный сайт МГУ:

1. Прием и автоматическая публикация новостей секций конференции.
2. Публикация новостей конференции не только на сайте, но и в RSS лентах.

По отзывам оргкомитета конференции «Ломоносов», оргкомитетов секций, и самих участников конференции, электронная регистрация участников с автоматизированным разделением докладчиков по секциям позволила обеспечить качественную и надежную регистрацию участников. А информационный сайт конференции был полноценным информационным представительством конференции в сети интернет.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТАБИЛИЗАЦИИ ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЦИРКУЛЯЦИИ УГЛЕРОДА В БИОСФЕРЕ

Коробочкина С.Ю.

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

Модели циркуляции углерода в биосфере описывают динамику изменения количества углерода в атмосфере, океане, почве и т.д. Циркуляция углерода является одним из важных факторов, формирующих среднюю температуру атмосферы. Существенную роль в естественном цикле углерода играет приток углерода в атмосферу за счет антропогенного фактора. Существуют различные модели, связывающие перечисленные характеристики, описываемые функциями, зависящими от времени. В работе [1] была предложена модель, учитывающая взаимодействие и динамику всех перечисленных параметров.

Основные параметры модели:  $T(t)$  - температура атмосферы в момент времени  $t$ ;

$C(t)$  - количество углерода в атмосфере в момент времени  $t$ ;

$D(t)$  - количество углерода в океане в момент времени  $t$ ;

$S(t)$  - количество углерода в почве в момент времени  $t$ ;

$N(t)$  - количество углерода в растительности в момент времени  $t$ ;

$C_0, D_0, S_0, N_0$  - те же показатели в доиндустриальный период;

$E(t)$  - приток углерода в биосферу за счет антропогенного фактора (управляемый параметр).

Система дифференциальных уравнений, моделирующая циркуляцию углерода в биосфере имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{T} = \mu \ln\left(\frac{C}{C_0}\right) - \alpha T \\ \dot{C} = -P(C, T) + (1 - \varepsilon)m(t)N + \delta(t)S - Q(C, D) + E(t) \\ \dot{N} = P(C, T) - m(t)N \\ \dot{S} = \varepsilon m(t)N - \delta(t)S \\ \dot{D} = Q(C, D) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $P(C, T) = P_0(1 + a_1 T)(1 + a_2(C - C_0))$ ,  $Q(C, D) = \sigma(C - C_0) - \sigma\nu(D - D_0)$ ,  $\delta(T) = \delta_0(1 + a_3 T)$ ,  $m(t) = m_0(a_0 + a_4 t)$ . С некоторыми положительными константами  $P_0, a_1, a_2, \sigma, \nu, \delta_0, a_3, m_0, a_0, a_4, \varepsilon, \alpha, \mu$ . Процесс изучается при  $t \geq 0$  и с начальными условиями:  $C(0) = C_0, N(0) = N_0, S(0) = S_0, D(0) = D_0$ . В данной работе рассмотрен класс управлений  $E(t) \geq 0$ , обладающих следующими свойствами:

$$E(t) \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty, W(t) = \int_0^t E(\tau) d\tau \rightarrow \overline{W} \text{ при } t \rightarrow \infty,$$

где  $\overline{W}$  - некоторая константа. Иначе говоря, предполагается, что выброс углерода в атмосферу за счет антропогенного фактора асимптотически стремится к нулю и суммарный выброс конечен.

В работе рассмотрены две упрощенные модели двух и четырех переменных, полученные из системы (1) принятием ряда допущений. Получены решения данных моделей и проведено исследование их поведения на бесконечном времени, а также получены некоторые оценки скорости сходимости. В работе [2] был предложен метод стабилизации для

такого рода систем. В рамках этой работы проведен эксперимент по применению стабилизационной схемы для модели двух переменных и выполнена вся необходимая подготовка к стабилизации модели четырех переменных.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Svirizhev Yu., Brovkin V, W. von Bloh, Schellnhuber H.J., G.Petschel -Held.* Optimization of reduction of global  $CO_2$  emission based on a simple model of the cabone cycle. *Enviromental Modeling and Assessment* 4 (1999) 23-33.
2. *Kryazhimskiy A., Maksimov V.* On the exact stabilization of an uncertain dynamics. *International Institute for Applied Systems Analysis, Interim Report IR-03-067, December 2003.*

УДК 681.3:620.9

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИАГНОСТИКИ МЕХАНИЗМОВ РАСКРАШЕННЫМИ СЕТЯМИ ПЕТРИ**

**Коростель С.В.**

*Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники*

Задача диагностики состояния механизмов по сигналам вибрации и выбега является слабо формализованной. Для решения такого рода задач обычно используются алгоритмы кластеризации и распознавания. Однако эти методы в чистом виде применимы лишь для решения задач с четко заданным ограниченным входным множеством информативных признаков, которые несут в себе информацию о состоянии объекта. На практике в процессе диагностики механизмов информативно-значимые параметры зашифрованы в снятом на каком-то временном отрезке сигнале вибрации. Для их определения эксперт сначала применяет различные методы фильтрации, выделяет из сигнала элементы, несущие информацию о развитии того или иного дефекта [1]. Раскрашенные сети Петри (РСП) отлично подходят для моделирования действий эксперта в системах диагностики механизмов [2]. Прежде чем приступить к моделированию процесса диагностики, следует проанализировать действия, которые обычно выполняет эксперт для преобразования поступившего отрезка данных. Все преобразования данных, которые выполняет эксперт, математически можно записать в виде функций. Каждая из функций принимает одно или несколько значений в качестве аргументов и возвращает значение, произвольного типа.

Следует отметить ряд преимуществ, полученных моделированием процесса диагностики РСП: процесс диагностики полностью формализован, что позволяет построить систему, автоматически исполняющую заданную последовательность действий и подменяющую собой эксперта; в программном продукте процесс построения сети можно реализовать как в графическом виде, так и в табличном, скрывая от пользователя термины РСП; стало возможным производить процесс анализа скорости выполнения диагностики, и распараллеливания процессов, что позволит применять систему в реальном времени.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кулаичев А.П.* Компьютерный контроль процессов и анализ сигналов. -М.: НПО "Информатика и компьютеры", 1999 г.-330 с.
2. *Jensen K.* Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use. Volume 1: Basic Concepts, 1992. Volume 2: Analysis Methods, 1994. Volume 3: Practical Use, 1997. *Monographs in Theoretical Computer Science, Springer-Verlag.*

## МЕТОД МОДИФИКАЦИИ ПРОГРАММНОГО КОДА С ПРИМЕНЕНИЕМ ЦЕПОЧЕК СПЕЦИФИКАЦИЙ

Кручинин А.Н.

*Ростовский государственный университет (РГУ)*

Большинство необходимых программных продуктов уже реализовано, протестировано и внедрено. Перед пользователем возникает вопрос выбора, а перед производителем программного обеспечения задача удержать существующих пользователей и привлечь новых. Таким образом, первостепенную значимость приобретает процесс сопровождения, а значит, достаточно быстрая и всегда безболезненная (не затрагивающая имеющийся код) модификация программы.

В докладе изложен метод изменения существующего программного кода, позволяющий осуществлять автоматическое подключение (отключение) фрагментов текстов программы. В основе подхода лежит возможность структурного разбиения программы на составляющие модули, что, позволяет разбить задачу на части с целью более рационального распределения времени и сил. В модуле, исходя из определенного мотива, собирается код из различных мест программы, затем он параметризуется с целью абстрагирования от конкретной задачи. При подключении модуля происходит его распад на множество фрагментов кода, которые инсталлируются в заранее утвержденные места программы. Программа теперь мыслится, как некий каркас с возможностью подключения к нему модулей.

Подход не накладывает какие-либо ограничения на язык написания программы: он не сужает синтаксис и семантику используемых средств, а только предписывает некие требования к структуре программы. Его применение позволяет осуществлять безболезненные модификации существующего кода, повторно использовать полученные модули и отделять логику приложения от содержания.

Приводится последовательность этапов для реализации подхода: выделение постоянной части кода; локализация непостоянного кода и потенциальных мест его появления; параметризация кода и определение структуры спецификации (XML Schema) для подключения компонент; реализация компонент; написание плагин-модулей (конкретная спецификация на основе XML) и их подключение. Здесь каждый компонент — это модуль, умеющий генерировать фрагменты кода по спецификации. Спецификация — однозначное, полное формализованное описание высокого уровня на языке, отличном от языка реализации. Задача спецификации — управление компонентом. Задача компонента — вынос некоторой функциональной части кода за пределы каркаса проекта с целью возможного дальнейшего его редактирования, замены или возможного отключения. Схема построения программы является синтезом цепочечного и каркасного подхода.

Взаимодействие модулей осуществляется с применением языков сценариев, которые играют важную роль в процессе построения модульных систем, предоставляя возможность склеивания уже существующих модулей.

Подход был реализован на примере модернизации HTML страниц и предназначен для решения задачи построения сайта на основе компонент — XML спецификаций и XSLT трансформаций. Эти компоненты легко подключаются к некоторой исходной HTML странице. После написания достаточно большого количества таких заготовок и их объединения в хранилище модулей появляется возможность создавать необходимые страницы гораздо быстрее и качественнее, чем это было раньше. Все это будет достигаться за счет возможностей построенной модели и качественного создания модулей, в которых будут предусматриваться необходимые параметры. Получив доступ к таким хранилищам, пользователь сможет повысить производительность своего труда путем несложного задания тегов XML документа. Система может найти свое применение в различных областях, где запросы на качество и функциональность высоки, а количество времени ограничено.

## **МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ЛОКАЛЬНЫХ ИТЕРАЦИЙ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

**Курбет И.И.**

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

Работа посвящена исследованию возможности применения явных итерационных схем к решению многомерных кинетических задач. Высокую точность и устойчивость для решения простейшего уравнения параболического типа показала явная схема локальных итераций ЛИ-М [1]. Поэтому, естественно представляет интерес попытка использовать её в более сложных случаях.

В работе численно исследованы свойства схемы ЛИ-М для достаточно широкого класса кинетических задач. Результаты сопоставлены с расчетами по двуциклической шестишаговой схеме расщепления с весами (ДШСВ), которая традиционно использовалась для решения кинетических уравнений [2].

Проанализированы достоинства и недостатки схемы ЛИ-М. Достоинством схемы ЛИ-М по сравнению с ДШСВ являются: относительная простота в программной реализации; отсутствие погрешностей, связанных с расщеплением исходного оператора; сохранение эллиптичности исходного оператора. Кроме того, модельные расчёты позволяют надеяться на более высокую точность схемы ЛИ-М для задач с разрывными функциями. К недостаткам относятся большее время работы. Однако в схеме ЛИ-М имеется значительный резерв для повышения скорости вычислений за счёт распараллеливания алгоритма. Многопроцессорный вариант схемы, реализованный на МРІ-кластере, показал приемлемое время решения задач.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что в целом схема ЛИ пригодна для решения кинетических задач. Перспективным является использование схемы ЛИ-М в комбинации со схемой расщепления, что позволяет проводить устойчивые вычисления со вторым порядком аппроксимации по времени.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Жуков В.Т. Явно итерационные схемы для параболических уравнений // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. 1993. Вып. 4. с. 40 -46.
2. Zaitsev F.S., Longinov V.V., O'Brien M.R. and Tanner R. Difference Schemes for the Time Evolution of Three-Dimensional Kinetic Equations // J. Comput. Phys. 1998. V. 147. P. 239-264.

## **АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА**

**Маракаева Г.Т.**

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

Решение задач в современном мире все больше ориентируется на различные стандарты по организации работы и контролю качества выполненной работы [1, 2].

Это касается не только разработок в сфере высоких технологий, но всевозможных промышленных производств. Практически каждое производство имеет в своем арсенале лабораторию, если нет, то пользуется услугами сторонней лаборатории.

Основное назначение лаборатории – проведение анализов всей цепочки материалов производства и конечной продукции. В связи с этим, в лаборатории накапливаются знания, которые можно использовать не только в примитивном контроле качества сырья и

продукции, но и для выявления закономерностей результатов анализов в зависимости от комбинаций измеряемых параметров. Выявленные закономерности могут использоваться и во время принятия административных решений.

В данной работе исследуются вопросы применения методов выявления скрытых закономерностей (Data Mining)[3] для данных, накапливаемых в лабораторных информационных системах. Для этой поддержки, командой из четырех человек реализована система “ИнформЛаборатория”.

Лабораторная информационная система “ИнформЛаборатория” применяется для поддержки работы химических лабораторий, в которых ставятся эксперименты над веществами и обрабатываются данные этих экспериментов. Основное назначение лабораторной информационной системы – ведение данных по всем экспериментам и анализ этих данных в соответствии с потребностями.

Процесс накопления данных является повседневной работой сотрудников лаборатории. Для этого, в системе “ИнформЛаборатория” реализован графический пользовательский интерфейс. Данные хранятся в XML-формате, при этом возможна интеграция с другими базами данных, не конвертируя данные, хранящиеся в этих базах, в XML-формат.

В системе существует несколько модулей обработки данных, начиная от простейших подсчетов средних значений, заканчивая механизмами подсчета сложных показателей, с выводом результатов в графическом представлении. При этом система может пополняться новыми модулями обработки данных.

После того, как обработано достаточно много экспериментов и в системе накоплен некоторый объем информации, можно применить алгоритмы обнаружения знаний в базах данных для получения дополнительной информации, в частности, скрытых закономерностей в данных, описывающих итоги экспериментов. Предварительно база данных проецируется на множество кластеров, таким образом, что каждый элемент базы находится хотя бы в одном из кластеров в виде своего уникального ключа в базе данных. Кластер представляет собой набор ключей к записям, обладающим комбинацией параметров, свойственной для данных соответствующего класса. Такой процесс разбиения элементов одной или нескольких баз называется кластеризацией.

После проведения кластеризации, можно применять алгоритмы классификации.

Возьмем для примера некоторую пробу, поступившую в лабораторию на анализ, о которой практически ничего не известно. Достаточно будет сделать измерения лишь по части показателей, заменяя остальные измерения свойствами класса, в который попадут эти измерения. Набор показателей, по которым будут производиться измерения, выбирает пользователь. Затем показатели вводятся в систему и по ним отыскиваются нужные классы объектов.

Результат может выдаваться в различных представлениях: например, с вероятностью  $a$  эксперимент можно отнести к классу  $A$ , с вероятностью  $b$  – к классу  $B$ , или эксперимент относится к классу  $A$ , не выдавая вероятностного коэффициента. Пользователь должен будет подтвердить гипотезу “схожести”, выполнив контрольные расчеты. Система позволяет ввести новые признаки исследуемого вещества, которые уточнят его принадлежность к определенному классу.

Новый элемент также является источником знаний для представления базы данных в виде кластера. Он может скорректировать базу, изменив параметры кластера, или создать новый кластер.

Проведенный опрос исследовательских лабораторий показал, что применение в лабораторной информационной системе алгоритмов Data Mining значительно облегчает анализ неизвестных проб.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р ИСО 5725 – 2002 в шести частях. “Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений”, Госстандарт России, Москва



2. ГОСТ Р 50779.42 - 99 (ИСО 8258 - 91). Статистические методы “Контрольные карты Шухарта”, Госстандарт России, Москва
3. Дюк В., Самойленко А. “Data Mining. Учебный курс”, Питер, СПб, 2001.

УДК 519.7

## **КРИПТОГРАФИЧЕСКИЙ ПРОТОКОЛ ГОЛОСОВОЙ АКТИВАЦИИ ПО, ЗАЩИЩАЕМОГО ОТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОГО КОПИРОВАНИЯ**

**Матвеев П.П.**

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова*

В настоящее время большое распространение получили системы защиты программного обеспечения (ПО) от несанкционированного копирования, использующие процедуру удалённой активации. Суть её в том, что пользователь, приобретя копию ПО, должен при установке ввести регистрационный код в ответ на код-запрос регистрации, генерируемый системой защиты.

Для получения регистрационного кода пользователь обращается к поставщику или разработчику ПО через Интернет или посредством голосового звонка по телефону. Последний способ предпочтителен в силу недостаточного развития инфраструктуры Интернет в регионах нашей страны. Однако голосовой канал связи накладывает жёсткие ограничения на число и, главное, объём передаваемых сообщений (ведь безошибочно продиктовать и получить по телефону несколько десятков цифр – задача довольно нетривиальная), что, в свою очередь, делает невозможным использование асимметричной криптографии. Так, например, размер цифровой подписи ГОСТ Р34.10-2000 составляет 512 бит, т.е. 103 символа в алфавите из 32 знаков. Размер передаваемых данных для каждого направления не должен превышать 64-128 битов (12-26 знаков), большой объём передать через голосовой телефонный канал представляется затруднительным.

Поэтому был разработан протокол, целью которого является минимизация размера и числа сообщений при проведении процедуры активации. Поскольку копия защищаемого ПО не может хранить секретных криптографических ключей – их значения станут известны злоумышленникам, использовать симметричное шифрование не представляется возможным. Асимметричную же криптографию нельзя использовать из-за ограничений на объём передаваемых сообщений. Поэтому в данном протоколе используется свойство необратимости преобразований, осуществляемых криптографическими хэш-функциями. Допускается наличие у злоумышленника полной информации о протоколе активации, но защищаемое от несанкционированного копирования ПО должно быть защищено от модификации злоумышленником.

Краткое описание протокола:

Предлагается сгенерировать на сервере активации таблицу пар вида  $\{ (r, c) \mid r = H(c) \}$ , где:

$r$  – запрос активации – двоичный вектор размером 8-16 байт;

$c$  – подтверждением активации – двоичный вектор размером 8-16 байт, выбирается произвольно;

$H(x)$  – криптографическая хэш-функция.

На практике количество записей в этой таблице должно составлять значение от 216 до 232 записей. Значения  $\{c\}$  пар таблицы будут являться секретными параметрами.

В защищаемом ПО хранится таблица запросов активации, являющаяся подмножеством первого столбца таблицы пар на сервере активации. Размер таблицы – 216 записей, т.е. 0.5 – 1 Мб. Выбор подмножества осуществляется произвольно.

Защищаемое ПО осуществляет выбор запроса активации  $r[e]$  из таблицы запросов и отправляет его на сервер активации. Сервер активации находит в своей таблице пар запрос-подтверждение  $c=H^{-1}(r[e])$  требуемое подтверждение и отправляет его обратно. Сис-

тема защиты ПО путём вычисления хэш-функции от подтверждения и сравнения результата с запросом активации убеждается в аутентичности подтверждения.

Стойкость протокола обосновывается тем, что задача эмуляции сервера активации, т.е. вычисления кода активации по приходящему запросу активации эквивалентна задаче поиска прообраза заданного значения криптографической хэш-функции. Также размер таблицы запросов активации достаточно велик, чтобы у злоумышленника не хватило времени (и средств) составить её, перехватывая сеансы активации.

УДК 519.926

## ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ДЛЯ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ВЕКТОРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Медведев И.С.

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова*

Рассматривается система с  $m$  входами и  $l$  выходами:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(u + f) \\ y = Cx \end{cases},$$

где  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{l \times n}$  – известные постоянные матрицы,  $u(t) \in R^{m \times 1}$  – известное управление,  $f(t) \in R^{m \times 1}$  – неизвестный входной сигнал (помеха),  $y(t) \in R^{l \times 1}$  – известный выход системы. Предполагается, что система находится в общем положении.

Задача состоит в построении наблюдателя, асимптотически восстанавливающего линейный функционал состояния  $Kx(t)$ ,  $K \in R^{l \times n}$ .

Для построения наблюдателя требуется выполнение условий

- 1)  $l > m$
- 2)  $\text{rank } CB = \text{rank } B = m$
- 3) У системы нет инвариантных нулей, либо все инвариантные нули устойчивы

При этом в матрице  $CB$  найдется  $m$  линейно-независимых строк, каждой из которых соответствует скалярный выход системы. Вектор, составленный из этих выходов, обозначается  $y'$ , оставшиеся  $l - m$  выходов –  $y''$ .

Система путем невырожденного преобразования координат может быть приведена к виду

$$\begin{cases} \dot{x} = A_{11}x' + A_{12}y' \\ \dot{x} = A_{21}x' + A_{22}y' + (C'B)(u + f), \\ y'' = \tilde{C}''x' + \tilde{C}''y' \end{cases}$$

Если ввести известный вспомогательный выход  $\tilde{y}'' = y'' - \tilde{C}''y' = \tilde{C}''x'$ , то получим систему без возмущений:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_{11}x' + A_{12}y', \\ \tilde{y}'' = \tilde{C}''x'. \end{cases}$$

При выполнении условия 3) пара  $(A_{11}, \tilde{C}'')$  – наблюдаема.

$Kx = Fx' + F'y'$ ,  $F'y'$  – известно.

Строится наблюдатель для  $Fx'$  вида

$$\begin{cases} \dot{z} = Dz + E\tilde{y}'' + Gy' \\ w = Pz + V\tilde{y}'' \end{cases}$$

, дающий асимптотическую оценку  $Fx'$  на выходе  $w$  при правильном выборе матриц  $D, E, G, P, V$ .

Пусть  $\nu$  - индекс наблюдаемости пары  $(A_{11}, \tilde{C}')$ . Наблюдатель может быть реализован с матрицей  $D \in R^{(\nu-1) \times (\nu-1)}$  с произвольно заданными собственными значениями  $(\lambda_1, \dots, \lambda_{\nu-1})$ .  $F'y'+w$  дает асимптотическую оценку  $Kx$ .

Построенный таким образом наблюдатель имеет порядок  $p = \nu - 1 \leq n - m$  и произвольную скорость сходимости ошибки оценки к нулю.

## **ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЁТКИ ГРУПП ПЕРЕСТАНОВОК ВЕРШИН ПРОИЗВОЛЬНОГО ГРАФА**

**Л. А. Мирошник**

*Московский государственный институт электроники и математики, Россия*

Данная работа посвящена решению задачи построения решётки групп перестановок вершин произвольного графа, с использованием параллельных вычислений.

Для построения решётки необходимо вычислить группы всех порядков и определить связи между ними. Дополнительная задача - вычислить энтропию каждой группы и найти кратчайшее расстояние от самой маленькой группы до самой большой.

Основная проблема поставленной задачи - её высокая вычислительная сложность. Эта проблема актуальна для многих современных задач связанных с перебором полного множества элементов.

Для полного графа мощность множества перестановок равна  $N!$ , где  $N$  число вершин графа. Для того чтобы установить, является ли группой данное подмножество перестановок, нужно перемножить все двойки перестановок этого подмножества, что позволит убедиться в замкнутости подмножества и наличии в нём обратного элемента. Так же, если порядок группы больше двух, необходимо перемножить все тройки элементов для определения критерия ассоциативности.

Выполнение линейного алгоритма решения задачи на современной однопроцессорной ЭВМ требует значительного временного ресурса. Если на составление решётки полного графа, содержащего 4 вершины, уходит около минуты, то для шести вершин требуются часы, а для восьми и более - дни.

Как и в других современных задачах, эту проблему можно снять, применяя параллельные вычисления. Главное в этой ситуации - отсеять варианты перебора комбинаций элементов, которые не являются перестановками, и равномерно распределить вычислительную нагрузку на произвольное количество процессоров.

Известно, что порядок группы - это делитель полной группы всех элементов. Так в нашем случае максимальный порядок группы достигается в полном графе и равен  $N!$ . Поэтому возможные порядки групп это все делители  $N!$  (например для 3 вершин это: 1, 2, 3, 6). Именно среди комбинаций этих порядков и следует искать группы, а проверку по критерию группы отдавать свободному от вычислений процессору. Таким образом, все процессоры будут загружены практически равномерно.

Остаётся вопрос скорости передачи данных между процессорами. В зависимости от реализации время передачи может быть различным, но для современных многопроцессорных систем его можно принять за 0.1 секунды. Поэтому наиболее эффективно с точки зрения загруженности многопроцессорной системы передавать достаточно большие объёмы данных и производить вычисления, время выполнения которых превышает 1 секунду. Для данной задачи при проверке комбинаций перестановок небольших порядков (до 10) это условие не выполняется, однако при вычислении групп, порядок которых больше 10, оно становится справедливым. И для графа с количеством вершин больше четырёх крите-

рий эффективности вычислений выполняется практически на всём множестве комбинаций перестановок.

Встаёт вопрос о практической реализации данного алгоритма.

Так как в общем случае граф задан произвольно и у него могут отсутствовать некоторые рёбра, переходы вершин,

между которыми рёбер нет, запрещены. Это ограничивает множество возможных перестановок, поэтому целесообразно составить списки связности вершин, с помощью которых и осуществлять вычисление возможных перестановок. Сложность представляет именно последовательный перебор перестановок.

Если обрабатывать список связности каждой вершины последовательно, то возможность обработки получившихся комбинаций вершин появляется только после их полного вычисления. Причём далеко не все комбинации являются перестановками, потому что одна и та же вершина может присутствовать в разных списках связности несколько раз.

Максимальное количество получившихся комбинаций вершин  $N^N$ . На хранение такого массива данных нужно как минимум  $N*N^N$  байт, что уже для 8 вершин представляет собой внушительное число 134217728 байт. Тогда как количество самих перестановок не может превышать  $N!$ . Количество памяти в этом случае уже составит  $N*N!$ , что для 8 вершин займёт 650880 байт. Поэтому выгодно формировать комбинации вершин последовательно и производить анализ на повторение.

В данной работе это было осуществлено с помощью латентных функций, то есть тех функций, которые могут прерываться во время своего выполнения без потери данных. Такие функции сравнительно легко реализуются с помощью объектно-ориентированного программирования. Все переменные цикла обработки связей объявляются полями некоторого класса, у которого присутствуют всего два метода: метод инициализации, который содержит в себе все установки переменных перед циклом, и главный метод, содержащий в себе тело цикла и условие выхода из него. При этом главный метод возвращает результат работы одного выполнения цикла.

В самой программе создаётся массив объектов, каждый из которых настраивается на свой список связности. Далее объекты вызываются последовательно и формируют комбинацию, которая и проверяется на отсутствие одинаковых вершин. Таким образом, получаем все возможные перестановки данного графа.

Схожий алгоритм применим при последовательном формировании комбинаций перестановок для проверки их по критерию группы. Только работа ведётся с одним списком - списком возможных перестановок.

Полученная программа была применена для расчёта социо-динамической модели для определения теоретико-групповым методом эволюционных траекторий архаичного социума, разработанной старшим научным сотрудником Института математического моделирования РАН, к.ф.-м.н., доцентом кафедры Вычислительных методов ВМиК МГУ им. М.В.Ломоносова В.А. Шведовским. Расчёты проводились в Институте математического моделирования РАН на МВС 1000М.

В соответствии с этой моделью вершины графа обозначали некоторые социальные сущности, перестановки вершин - взаимодействия между сущностями, а группы перестановок вершин интерпретировались как эквивалентные отношения. Построение решётки было необходимо для определения всех возможных эволюционных траекторий, а определение энтропии каждой группы и вычисление наикратчайшего пути от групп малых порядков до групп больших порядков применялось для реконструкции архаичных сообществ и установления их социально-генетического портрета. В перспективе предполагается выход на социально-генетические проблемы современного общества.

Разработанный алгоритм и полученные результаты могут быть использованы и для решения широкого спектра других задач, например, в физике кристаллов или криптографии.

**О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ЗЕРКАЛЬНОГО  
ОТРАЖЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**  
**Назипова А.Н.**

*Филиал Казанского Государственного Университета в г.Набережные Челны*

В работе [1] предложен метод зеркального отражения для решения систем выпуклых неравенств:  $f_i(x) \leq 0$  ( $1 \leq i \leq n$ ,  $x \in R^n$ ), удовлетворяющих условию Слейтера:

$$\exists z \in R^n : f_i(z) \leq 0, 1 \leq i \leq n.$$

Этим методом можно решить систему выпуклых неравенств за конечное число итераций.

В докладе предложено применение метода зеркального отражения для приближенного решения систем линейных уравнений  $(a_i, x) = b_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Непосредственно для решения системы уравнений этот метод не применим, но можно найти ее приближенное решение, заменив систему уравнений на систему двойных неравенств:

$$b_i - \varepsilon \leq (a_i, x) \leq b_i + \varepsilon, 1 \leq i \leq n.$$

Очевидно, что если исходная система уравнений совместна, то система неравенств будет удовлетворять условию Слейтера.

Алгоритм:

0. Положим  $x(0) = 0$ , выберем  $\varepsilon^* > 0$ .

Вычислим  $M$ - максимум модуля невязки, разделенного на норму  $i$ -ой строки.

2. В качестве  $\varepsilon$  выберем  $M/k$ , где  $k \in N$ .

3. Циклически переберем неравенства  $b_i - \varepsilon \|a_i\| \leq (a_i, x(s+1)) \leq b_i + \varepsilon \|a_i\|$  и будем делать зеркальное отражение относительно гиперплоскостей, соответствующих нарушенным неравенствам до тех пор, пока все нарушенные неравенства не превратятся в ненарушенные.

Если  $W = b_i - (a_i, x(s)) > 0$ , то  $x(s+1) = x(s) + 2(W - \varepsilon \|a_i\|) a_i / \|a_i\|^2$ ;

если  $W = b_i - (a_i, x(s)) < 0$ , то  $x(s+1) = x(s) + 2(W + \varepsilon \|a_i\|) a_i / \|a_i\|^2$ .

4. Если  $\varepsilon > \varepsilon^*$ , то  $\varepsilon$  заменим на  $\varepsilon/k$  и перейдем к п. 3, иначе – стоп.

В докладе предлагается описание численных экспериментов, направленных на изучение параметра  $k$ .

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Куликов А.Н., Фазылов В.Р. Конечный метод решения систем выпуклых неравенств // Известия вузов. Матем., 1984, № 11, С.59-63.

**КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЯ ЭТНОПОЛИТИЧЕСКОГО КОНФЛИКТА\***  
**Петрова М.А.**

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова*

В настоящее время этнополитические конфликты – одна из наиболее важных проблем современной России, на территории которой проживает около 150 различных этнических групп. Чеченский пример показывает, насколько серьезными могут быть последствия нарастания этносоциальной напряженности. Северный Кавказ в целом представляет собой один из наиболее опасных конфликтных регионов во всем мире. Использование математических методов для анализа течения этнополитического конфликта помогает лучше понимать происходящие события, а также более адекватно оценивать и решать возникшие

---

\* данная работа ведется на базе лаборатории математического моделирования социальных процессов МГУ

кающие проблемы. Эконометрический анализ имеющихся данных помогает ответить на некоторые важные вопросы, связанные с течением конфликта. В данной работе представлены результаты проведенного анализа, а также приведены некоторые возможные объяснения наблюдаемых закономерностей.

Имеющиеся данные по напряженности течения этнополитического конфликта<sup>1</sup> отражают два следующих аспекта течения конфликта: промежуток времени между протестными действиями и интенсивность вспышки этносоциальной напряженности, характеризующейся соответствующими событиями. Одной из проверяемых гипотез является зависимость между показателем напряженности конфликта в день события и длины «тихого» промежутка времени перед событием. Существуют возможные объяснения как для положительной зависимости, так и для отрицательной. Так как тест на коинтеграцию показал, что эти два временных ряда (промежуток времени между событиями и показатель напряженности этнополитического конфликта, соответствующий последующему событию) коинтегрированы, следовательно, можно использовать регрессионный анализ. Результаты регрессии показывают, что коэффициент зависимости между интенсивностью протестных действий и временным промежутком до соответствующего события отрицательный. Таким образом, представляется более вероятным, что более длительный промежуток между событиями способствует меньшему уровню этносоциальной напряженности.

Для лучшего объяснения наблюдаемой закономерности была построена математическая модель, основанная на байесовском пересчете вероятностей. Допустим, каждый агент считает, что стоит участвовать в протестной деятельности, только если определенная доля населения тоже в нем участвует. Если индивид думает, что доля участвующих в протесте людей выше его порогового уровня, то он участвует в протесте с вероятностью, положительно зависящей от разницы этих величин. Информация о событиях является полной, но информация о реальном уровне участия несовершенна. Каждый день агент строит оценку доли населения, участвующей в событиях, в соответствии со своей собственной информацией (которая обычно включает в себя функцию распределения пороговых значений для других людей, а также историю предшествующих событий) и принимает решение об участии. Если в какой-то конкретный день событие не произошло, он пересчитывает по Байесу свою оценку величины общего уровня протеста. Таким образом, чем более длительный период между событиями, тем меньше вероятность того, что данный агент будет участвовать в протестной деятельности. Построенная модель подтверждается эмпирически обнаруженной закономерностью.

Следующий важный вопрос, исследуемый в работе – есть ли зависимость между напряженностью течения конфликта в городской и сельской местности. И если такая зависимость существует – можно ли установить, где причина и где следствие, что на что влияет? Временной лаг между событиями в городе и на селе – тоже величина, которую предстоит определить. Для анализа наличия и направления зависимости между городской и сельской напряженностью использовался тест Гранжера. Тест показал наличие такой взаимосвязи, а также то, что социальная напряженность на селе по Гранжеру является причиной социальной напряженности в городе (на 1% уровне значимости). Хотя это влияние заметно уже для показателя напряженности на следующий день (5% уровень значимости в тесте Гранжера), наилучшие результаты (в терминах корреляции и R<sup>2</sup>) были для временного лага в 30 дней. Одним из возможных толкований полученного результата является наличие тесной взаимосвязи между городом и селом в Дагестане, а также значительное влияние традиций на современную жизнь народов Северного Кавказа.

---

<sup>1</sup> Используемые данные были получены Масловым А.И. в результате детального анализа сводок МВД по событиям в северокавказском регионе

УДК 517.977

## **АППРОКСИМАЦИЯ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ ЭДЖВОРТА-ПАРЕТО В ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ**

**Поспелов А.И.**

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова*

Работа посвящена задачам целочисленной многокритериальной оптимизации для одного специального класса целевых функций. Задачи такого типа предлагается решать на основе использования графической методики диалоговых карт решений (ДКР) [1]. В рамках этой методики осуществляется аппроксимация выпуклой оболочки Эджворта-Парето множества достижимых критериальных векторов и дальнейшая визуализация паретовой границы этого множества в процессе диалога с лицом, принимающим решение (ЛПР). После завершения анализа паретовой границы (в том числе осознания границ достижимых значений критериев и критериальных замещений), ЛПР может указать целевую точку. Далее находятся несколько допустимых вариантов решения, последствия которых близки к целевой точке. Такой подход получил название метода разумных целей.

Наиболее сложной математической проблемой в рассматриваемом подходе является аппроксимация выпуклой оболочки Эджворта-Парето для существенного числа критериев (от трех до восьми). В данной работе предложен и обоснован алгоритм для решения таких задач. Алгоритм основан на методе ветвей и границ и строит итеративную последовательность многогранных множеств, аппроксимирующих выпуклую оболочку Эджворта-Парето в целочисленных задачах многокритериальной оптимизации для специального класса целевых функций. Этот алгоритм использует идеи, разработанные в рамках решения задач целочисленной оптимизации с одним критерием [2] и концепции методов оптимальной полиэдральной аппроксимации выпуклых компактных многомерных тел [1].

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л.* Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.
2. *Сигал И.Х., Иванова А.П.* Введение в прикладное дискретное программирование. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

УДК 519.68

## **ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РЕАЛИЗАЦИИ СЕМАНТИКИ ПРЕДЛОЖЕНИЙ В ДИАЛЕКТАХ ЯЗЫКА РЕФАЛ-5**

**Савченко М. А.**

*Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова*

В ходе объектно-ориентированной реализации языка Рефал-5, предпринятой в рамках проекта IntelLib [1], при построении модели предметной области был сделан вывод об избыточности множества понятий, традиционно используемый при описании семантики Рефала-5.

Классический подход реализован в диалекте Рефал-5 и описан в его спецификации [2]. Составными частями предложения выделяются четыре основных понятия: «left-side», «condition», «right-side» и «block-ending». Как показала разработка первой версии Рефал-машины библиотеки IntelLib [3], этот подход не очень удобен – он умножает сущности и деортогонализирует язык.

Предлагается альтернативное решение, сохраняющее семантику Рефала, и при этом более красивое с точки зрения ОО-реализации языка. Суть идеи – формализм с объединённой семантикой необходим, но не «условие» ([arg:pattern]), а «базовое предложение»

([pattern,arg]). В этом случае предложение состоит из одного вида сущностей, которые семантически напоминают предложения и блоки и поэтому реализованы как потомки одного и того же абстрактного класса. Иерархия классов оказывается скорее вертикальной, нежели горизонтальной, что способствует дальнейшему развитию и ортогонализации диалекта.

Ранее, при разработке Рефала+ и Рефала-6 была проделана аналогичная работа по «регуляризации» синтаксиса Рефала. В этих исследованиях предлагалось считать «образец» и «результат» частными случаями понятия «действие», а «предложение» – последовательностью действий. Данный подход приемлем при реализации Рефала как самостоятельного языка, но такое расширение семантики вносит в язык дополнительную императивную составляющую, излишнюю при реализации и использовании языка в мультипарадигмальном проекте. Также у такого подхода есть недостаток, выявленный автором при попытке реализации: предложение получается состоящим из двух основных понятий, которые семантически сильно разнятся между собой, а также сильно отличаются от макросущностей, чем усложняют иерархию классов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Головин И. Г., Столяров А. В. Объектно-ориентированный подход к мультипарадигмальному программированию // Вестник МГУ, сер. 15, N 1, 2002, стр. 46-50
2. Turchin V. F. REFAL-5 programming guide and reference manual. Holyoke 1989
3. Столяров А. В. Расширенный функциональный аналог языка Рефал для мультипарадигмального программирования // Программные системы и инструменты. Тематический сборник, выпуск 2, 2001, стр. 184-195.

УДК 517.977.5

### **О СИНТЕЗЕ УПРАВЛЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМАХ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

**Селезнёв А.В.**

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова*

Одной из центральных задач математической теории управления является построение синтеза управления, удовлетворяющего некоторым условиям (например, попаданию траектории на целевое множество). В работах [1],[2] рассматриваются постановки задач для линейных систем с импульсными управлениями, и проводится полное решение задачи поиска программного управления, а также производится исследование его структуры. Целью данного доклада является корректная постановка задачи синтеза для линейных систем с импульсным управлением, а также решение данной задачи для линейных систем второго порядка. В докладе рассматриваются следующие вопросы:

Постановка задач оптимального управления для линейных импульсных систем

Постановка задачи синтеза управления, её корректность

Методы исследования линейных импульсных систем второго порядка, решение задачи синтеза оптимального управления для различных классов систем

Приводятся примеры решения задач оптимального быстрогодействия и оптимального по норме полной вариации управления для некоторых систем второго порядка.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968
2. Куржанский А.Б., Осипов Ю.С.К управлению линейными системами обобщёнными воздействиями // Дифференциальные уравнения, 1969, том 5, №8, с. 1360-1370



**О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ  
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МАГИСТРАЛЬНЫМ НЕФТЕПРОВОДОМ  
Смагул Б.Т.**

*Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева Казахстан, Астана*

Рассматриваются процессы в магистральных нефтепроводах диаметра  $D$  и длины  $L$ , описываемые системой дифференциальных уравнений [1]

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + g \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{4k}{\rho c D} (\theta_e - \theta) + \frac{4W}{\rho c \pi D^2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g \frac{dH_{TP}}{dx} - \frac{16\tau_o}{3D} - \rho g \frac{dH_b}{dx}$$

$$(t, x) \in Q = (0, T) \times (0, L)$$

с начальным

$$\theta(0, x) = \theta_o(x), \quad x \in (0, L)$$

и граничными условиями

$$\theta(t, 0) = \alpha(t), \quad P(t, 0) = \beta(t), \quad t \in (0, T)$$

где  $t$  - время;  $x$  - пространственная координата;  $\theta = \theta(t, x)$  температура нефти;  $g = g(t)$  - скорость течения нефти;  $P = P(t, x)$  - давление нефти;  $\rho = \rho(t, x, \theta)$  - плотность нефти;  $c = c(t, x, \theta)$  - удельная теплоемкость нефти;  $g$  - ускорение свободного падения;

$H_{TP} = H_{TP}(t, x, v, \theta)$  - напор трения;  $W = W(t, x)$  - мощность теплового потока при электроподогреве от стенки трубы к нефти, приходящаяся на единицу длины трубопровода;  $\tau_o = \tau_o(t, x, \theta)$  - предельное напряжение сдвига;  $H_b = H_b(x)$  - высота нефтепровода

над уровнем моря;  $\theta_o(x)$  - начальное распределение нефти в трубопроводе;  $\alpha(t), \beta(t)$  - температура и давление нефти на входе в трубопровод.

В качестве управления выбирается мощность теплового потока  $W(t, x)$ .

Ставится задача о выборе управления, доставляющего минимум интегральному критерию оптимальности.

В работе устанавливаются условия существования оптимального управления и дается вывод необходимых условий оптимальности управления в форме принципа максимума.

Для численного решения оптимизационной задачи используется метод последовательных приближений, устанавливается его сходимость. Результаты численных расчетов представлены в виде графиков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гузейнзаде М.А., Юфин В.А.* Неустановившееся движение нефти и газа в магистральных трубопроводах. – М.: Недра, 1981.- 232 с.

# ПРИНЦИП МИНИМАКСНОГО СОЖАЛЕНИЯ В РЕШЕНИИ ОДНОЙ ДВУХКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ\*

Сорокин К. С.

Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова

Рассматривается двухкритериальная динамическая задача при неопределённости  $\Gamma = \left\langle \Sigma, U, Z, \left\{ J_i(U, Z, t_0, x_0) \right\}_{i=1,2} \right\rangle$ .

Здесь  $\Sigma \div \mathbb{R} = x + u + z, x(0) = 0; x, u, z \in \mathbb{R}; t \in [0,1]$  время; множество стратегий ЛПР:  $U = \{U \div u(t, x) \mid u(t, x) = P(t)x + p(t), \forall P(\cdot), p(\cdot) \in C[0,1]\}$ ; множество неопределённостей  $Z$  аналогично  $U$ ; критерии

$$J_1(U, Z, t_0, x_0) = -x^2(1) + \int_0^1 (-2u^2[t] + z^2[t] + 2u[t]z[t]) dt,$$

$$J_2(U, Z, t_0, x_0) = -x^2(1) + \int_0^1 (-u^2[t] + 2z^2[t] + 2x(t)z[t]) dt,$$

где  $(t_0, x_0) \in [0,1] \times \mathbb{R}$  начальная позиция;  $u[t]$  и  $z[t]$  – реализации стратегии  $U \div u(t, x)$  и неопределённости  $Z \div z(t, x)$  соответственно.

Следуя [1], для каждого критерия  $J_i(U, Z, t_0, x_0)$  (в подходящем классе  $U$  и  $Z$ ) вводится функция риска

$$\Phi_i(U, Z, t_0, x_0) = \max_U J_i(U, Z, t_0, x_0) - J_i(U, Z, t_0, x_0) \quad (i = 1, 2),$$

И задаче  $\Gamma$  ставится в соответствие четырёхкритериальная задача

$$\Gamma' = \left\langle \Sigma, U, Z, \left\{ J_i(U, Z, t_0, x_0) - \Phi_i(U, Z, t_0, x_0) \right\}_{i=1,2} \right\rangle.$$

В докладе, во-первых, на основе подходящего варианта метода динамического программирования строятся функции риска для каждого критерия; во-вторых, формализуется и находится явный вид гарантированного по исходам и рискам решение для  $\Gamma$ , основанное на понятии седловой точки по Парето из [2] для задачи  $\Gamma'$ ; в третьих, на основе метода динамического программирования определяются векторные гарантированные исход и риск.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Savege L. Y.* The theory of statistical decision. //J. American Statistic Association 1951. № 46. P. 55 - 67.
2. *Zhukovskiy V. I., Salukvadze M.E.* The Vector-Valued Maximin. N. Y. etc.: Academic Press 1994.

УДК 519.6

## АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ ИГРЫ ДВУХ ЛИЦ СПЕЦИАЛЬНОГО ТИПА

Степанов Ю.А.

Тверской государственный университет, Россия

Рассмотрим иерархическую игру двух лиц, в которой лидирующей стороной является игрок 1. Предполагаем, что игрок 1 точно знает функцию выигрыша игрока 2, множество стратегий игрока 2 и принцип выбора оптимальных стратегий игрока 2. При этом неважно знание игроком 2 интересов игрока 1.

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 02-01-00612.

Пусть  $x$ -стратегия игрока 1,  $y$ -стратегия игрока 2,  $X$ -множество стратегий игрока 1,  $Y(x)$ -множество стратегий игрока 2,  $Y(x)$ -пустое множество для всех  $x > A$ ,  $F_1(x, y)$ -функция выигрыша игрока 1,  $F_2(y)$ -функция выигрыша игрока 2.

$F_1(x, y) \rightarrow \max$  по всем  $x \in X$ ,  $F_2(y) \rightarrow \max$  по всем  $y \in Y(x)$ , где  $F_1(x, y) = x \cdot F_2(y)$ ,  $X = [0, A]$ . (1)

Под решением игры (1) будем понимать нахождение оптимальных стратегий игроков.

Алгоритм решения игры (1), разработанный на основе принципа Штакельберга:

1) находим любую оптимальную стратегию игрока 2 из его множества оптимальных стратегий, решая задачу максимизации функции выигрыша игрока 2 при фиксированной стратегии игрока 1;

2) находим множество всех стратегий игрока 1, обеспечивающих максимум функции выигрыша игрока 1 при оптимальной стратегии игрока 2, полученной на этапе 1);

3) строим множество оптимальных стратегий игрока 1, выбирая из множества, найденного на этапе 2), стратегии игрока 1, при которых игрок 2 получает наибольший выигрыш.

Вышеизложенный алгоритм обеспечивает:

1. Определение оптимальных стратегий игрока 1, обеспечивающих максимально возможное значение функции выигрыша игрока 1 в игре (1).

Следовательно, в игре (1) нет необходимости вводить обмен информацией о стратегиях, то есть рассматривать все возможные информационные расширения исходной игры (подход, впервые предложенный Ю.Б. Гермейером), поскольку выигрыш игрока-лидера все равно не может быть улучшен.

2. Нахождение ситуаций игры (1), являющихся одновременно ситуациями равновесия по Нэшу, оптимальными по Парето, ситуациями сильного равновесия по Нэшу.

Алгоритм обоснован доказанными теоремами.

Рассмотренная иерархическая игра применялась автором для описания процесса взаимодействия государства и предприятия в сфере налогообложения.

УДК 519.6:622.692

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕКАЧКИ НЕФТИ ПО МАГИСТРАЛЬНЫМ НЕФТЕПРОВОДАМ

Уразалин С.М.

*Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Казахстан, Астана*

Рассматриваются теплогидравлические процессы транспортировки нефти по магистральным трубопроводам диаметра  $D$  и длины  $L$ , описываемые системой дифференциальных уравнений [1]

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \rho c g \frac{\partial \theta}{\partial x} = \rho c g \frac{dH_{TP}}{dx} + \frac{4k}{D} (\theta_e - \theta) + \frac{4W}{\pi D^2},$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g \frac{dH_{TP}}{dx} - \frac{16\tau_o}{3D} - \rho g \frac{dH_e}{dx},$$

$$(t, x) \in Q = (0, T) \times (0, L)$$

с начальным

$$\theta(0, x) = \theta_0(x), \quad x \in (0, L)$$

и граничными условиями

$$\theta(t, 0) = \alpha(t), \quad \frac{\partial \theta(t, L)}{\partial x} = 0, \quad t \in (0, T);$$

$$P(t, 0) = \beta(t), \quad t \in (0, T),$$

где  $t$  - время;  $x$  - пространственная координата;  $\theta = \theta(t, x)$  температура нефти;  $g = g(t)$  - скорость течения нефти;  $P = P(t, x)$  - давление нефти.

Реальные процессы транспортировки нефти находятся под воздействием многочисленных факторов случайного характера. Так, например, случайными величинами и функциями в уравнениях процесса являются коэффициент теплопередачи от нефти в окружающую среду, теплофизические свойства окружающей среды (грунт, вода, воздух), эмпирические коэффициенты, входящие в формулу потерь на трение, высота нефтепровода над уровнем моря и т.д.

Для моделирования случайных величин и функций, входящих в уравнения процесса используется метод Монте-Карло, для численного решения уравнений процесс применяется метод конечных разностей.

Для температуры и давления нефти вычисляются оценки математических ожиданий и дисперсий и строятся доверительные интервалы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Агапкин Б.М., Кривошеин Б.Л. Юфин В.Л.* Тепловой и гидравлический расчеты трубопроводов для нефти и нефтепродуктов.- М.: Недра.- 256 с.

УДК 517.518.8

### ОЦЕНКА РОСТА МНОГОЧЛЕНОВ ВНЕ ОТРЕЗКА

**Курбанмагомедова Р.М., Шемсединов И.Ш.**  
*Дагестанский Государственный Университет*

Пусть  $P_n$  – множество всех алгебраических многочленов степени не выше чем  $n$ ,  $E \subset [-1, 1]$  и  $\tau > 1$ . Положим

$$V_n(E; \tau) = \sup \{ P(\tau) / \|P\|_E : P \in P_n, P \neq 0 \}, \text{ где } \|P\|_E = \max \{ |P(x)| : x \in E \}.$$

Хорошо известно [1], что  $V_n([-1, 1]; \tau) = T_n(\tau)$  для  $\forall \tau > 1$ , где  $T_n(\tau)$  - есть многочлен Чебышева. В приводимой здесь форме функция  $V_n(E; \tau)$  введена в работе [2]. Там же изучены некоторые ее свойства. Функция  $V_n(E; \tau)$  обладает следующими очевидными свойствами монотонности:

$$E_1 \subset E_2 \Rightarrow V_n(E_1; \tau) \geq V_n(E_2; \tau),$$

$$n < m \Rightarrow V_n(E; \tau) < V_m(E; \tau),$$

$$\tau_1 < \tau_2 \Rightarrow V_n(E; \tau_1) < V_n(E; \tau_2).$$

Кроме того, если  $E$  содержит менее  $n+1$  точек, то  $V_n(E; \tau) = \infty \forall \tau > 1$ .

Нами доказана следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $E$  есть множество точек  $-1 = x_n < x_{n-1} < \dots < x_1 < x_0 = 1$ . Положим  $\varphi(x) = (x-x_1)\dots(x-x_n)$ ,  $m_1 = \min \{ |\varphi(1)|, |\varphi(-1)| \}$ ,  $m_2 = \min \{ (1-x_i^2) |\varphi'(x_i)| \}$ , тогда  $V_n(E; \tau) \leq \tau \varphi(\tau) / m_1 + (\tau^2 - 1) \varphi'(\tau) / m_2$ .

Как следствия мы получаем.

**Следствие 1.** Если  $x_i = \cos(i\pi/n)$ ,  $i = 0, \dots, n$ , то  $V_n(E; \tau) = T_n(\tau)$ .

**Следствие 2.** Пусть  $m, h$  – натуральные числа, причем  $m$  делится на  $h$ ;  $n = m - h + 1$  и  $m < 2n$ . Если  $E = \{x_i\}$ ,  $x_i = \cos(i\pi/m)$ ,  $i = 0, 1, \dots, m$ , то

$$V(\tau) \leq h^2 \frac{T_m(\tau)}{T_h'(\tau)} + \frac{h^2}{m^2} \frac{T_m'(\tau)}{T_h'(\tau)} \left[ \tau - h^2 \frac{T_h(\tau)}{T_h'(\tau)} \right].$$

Как частное случай это следствие содержит следствие 1.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чебышев П.Л.* Сочинения, Т. 2, Москва, 1948, с. 335.
2. *Загиров Н.Ш.* Об условиях ограниченности полинома на отрезке в случае их равномерной ограниченности на подмножестве этого отрезка // Математические заметки, 2002, Т. 23 в. 2, с. 157 – 170.

УДК 517.977.54

### **ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА – ЯКОБИ – БЕЛЛМАНА В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ Чумерина Е.С.**

*Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова*

Рассматривается задача управления движением математического маятника, находящегося под воздействием случайных возмущений с учетом вязкого трения. При моделировании возмущений учитывается влияние двух взаимно независимых случайных процессов: винеровского и пуассоновского. На управляющее воздействие наложено одно из двух видов ограничений. Первое ограничение – интегральное: абсолютная величина управляющей функции в произвольной степени (большей единице) является суммируемой функцией на заданном временном интервале. Второй вариант ограничения – ограниченность абсолютной величины управления. Целью управления является минимизация математического ожидания кинетической или потенциальной энергии к фиксированному моменту времени. Данная задача без учета влияния случайных возмущений, описываемых пуассоновским процессом, рассматривалась в [1].

Задача управления решается методом динамического программирования, который приводит к решению задачи Коши для нелинейного функционально-дифференциального уравнения параболического типа. В работе найдены точные решения уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана для задачи, что позволило построить синтез оптимального управления. Также проведено численное моделирование решений стохастической системы линейных дифференциальных уравнений ([2]), описывающих задачу управления движением маятника, с учетом построенного синтеза управления. Численные реализации подтвердили правильность найденного управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Братусь А.С., Волосов К.А.* Точные решения уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана для задач оптимальной коррекции с интегральным ограничением на суммарный ресурс управления. // Доклады РАН, 2002, т. 358, номер 3, с.319-322.
2. *Кузнецов Д.Ф., Кульчицкий О.Ю.* Численное моделирование решений стохастических систем линейных стационарных дифференциальных уравнений. // Электр. Ж. Дифференц. уравн. и проц. управл., 1998, номер 1, <http://www.neva.ru/journal>.

УДК 517.938

### **ШВАРЦИАН В ТЕОРИИ БИФУРКАЦИЙ Якушкин Н.А.**

*Обнинский государственный технический университет атомной энергетики*

В современной теории динамических систем выделяют два типа бифуркаций потери устойчивости неподвижной точки: мягкая и жесткая. Потеря устойчивости неподвижной

точки  $X_0$  при переходе значения параметра  $\mu$  через  $\mu_0$  мягкая, если  $\exists \eta > 0$  такое, что при  $|\mu - \mu_0| < \eta$  существует инвариантное множество  $\Omega(\mu)$ , которое при  $\mu \rightarrow \mu_0$  сжимается в точку  $X_0$ .

Потеря устойчивости, не являющаяся мягкой, является жесткой. В [1] показано, что при положительном шварциане в неподвижной точке бифуркация жесткая, при отрицательном - мягкая. В данной работе, в продолжение [2], разъясняется понятие шварциана для векторного поля. Работа [2] содержит лишь основные принципы в незавершенном виде. Мне удалось усовершенствовать результаты этой работы. Мною была создана методика вычисления шварциана для векторного поля, порождающего фазовый поток. Ограничения на применение данной методики состоят в том, что в неподвижной точке якобиан векторного поля должен иметь чисто мнимые собственные значения, и поле должно быть из класса  $C^3$ .

Производная Шварца для функции  $f(x)$   $x \in R$  имеет вид

$$\wp_f(x) = \frac{f'''(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2} \left( \frac{f''(x)}{f'(x)} \right)^2 \quad (1)$$

Дана система  $\frac{dX}{dt} = F(X)$   $X \in R^n$ . Очевидно,  $F(X) = (f^1(X)..f^n(X))^T$ . задает в  $R^n$  векторное поле. Определим производные векторного поля в виде полутензоров

$$F'(X) = \left\{ \frac{\partial f^i}{\partial x_j} \right\} \quad F''(X) = \left\{ \frac{\partial^2 f^i}{\partial x_j \partial x_k} \right\} \quad F'''(X) = \left\{ \frac{\partial^3 f^i}{\partial x_j \partial x_k \partial x_l} \right\} \quad (2)$$

Мы вводим понятие полутензора как объекта, определяемого, как и тензор, набором чисел с сохранением правил индексации и операций присущих тензорам, но с отличными от тензорных правилами преобразование координат.

Для вычисления шварциана в точке покоя необходимо выполнить следующее:

1. Найти значение параметров, при которых в неподвижной точке  $X_0$  у матрицы  $A = F'(X_0)$  будут только мнимые собственные значения.
2. Выбрать любое чисто мнимое собственное значение  $\lambda$  матрицы  $A$ , затем определить единичные левый и правый собственные векторы матрицы  $A$   $LA = \lambda L$   $AV = \lambda V$   $\|L\| = \|V\| = 1$

3. Далее следует найти значения элементов матрицы  $B$  из уравнений

$$\lambda B_{km} = L_i F''(X_0)_{km}^i + B_{im} F'(X_0)_k^i + B_{kj} F'(X_0)_k^j \quad (3)$$

Пусть  $W$  комплексно сопряженный вектор к  $V$ , тогда определим шварциан в неподвижной точке  $X_0$  как:

$$\wp_F = L_k L_l F'''(X_0)_{ijn}^k \delta_n^l (W^i V^j V^m V^n + V^i W^j V^m V^n + V^i V^j W^m V^n + V^i V^j V^m W^n) + 3(B_{ij} L_k - L_i B_{jk}) F''(X_0)_{mn}^i \delta_s^j \delta_t^k (W^m V^n V^s V^t + V^m W^n V^s V^t + V^m V^n W^s V^t + V^m V^n V^s W^t) \quad (4)$$

Таким образом, формулы (3) и (4), полученные в данной работе позволяют определить шварциан в неподвижной точке.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval//SIAM J. Appl. Math. 1978. V35.p 260-268.
2. Сатаев Е.А. Производная шварца для одномерных отображений и потоков//математический сборник том 190 №1.  
Личная страничка автора [www.yakushkin.obninsk.ru](http://www.yakushkin.obninsk.ru).