Секция «9. Количественные методы и информационные технологии в финансах и экономике»

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ ФИНУНИВЕРСИТЕТА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Мкртчян Диана Камоевна

Студент

Финансовый университет при Правительстве РФ, Факультет финансов и кредита, Москва, Россия

E-mail: 94mdiana@mail.ru

Научный руководитель

доцент Ященко Наталия Алексеевна

Главной задачей управленческого персонала любой организации является принятие правильного и своевременного решения. Неправильное или просто глупое решение может дорого стоить компании, иметь непоправимые последствия. Поэтому важно, чтобы те, кто вовлечен в процесс принятия решений, использовали все имеющиеся у них средства и приняли "наилучшее"решение. Во многих случаях от этих решений зависят реальные возможности достижения целей организации, ее эффективная деятельность.

Во многих важных ситуациях приходится принимать решения в условиях неопределенности[1], когда относительно окружающих условий мало что известно, либо вообще ничего не известно. Неопределенность окружающих условий относится, прежде всего, к неопределенному будущему, точно спрогнозировать которое невозможно.

Принятие решений в условиях неопределенности основано на том, что вероятности различных вариантов ситуаций развития событий субъекту, принимающему рисковое решение, неизвестны [4].

В ситуации неопределенности оценка оптимальности решения в значительной мере зависит от личностных свойств лица, принимающего решения. К таковым можно отнести квалификацию, отношение данного лица к риску, а также вкусы, пристрастия и т.п.

Однако эффективное решение, выработанное в условиях неопределенности одним лицом, может не стать хорошим для другого. Методы принятия решений в условиях неопределенности позволяют выработать лишь научно обоснованные рекомендации по принятию наилучших решений и оценить последствия принятых решений.

Чтобы найти наиболее эффективное решение, следует:

1. Определить цель.
2. Определить возможные варианты решения проблемы.
3. Определить возможные исходы каждого решения.
4. Оценить каждый исход.
5. Выбрать оптимальное решение на основе поставленной цели.

Поиск решений является достаточно сложным процессом и начинается он непосредственно с перечисления возможных вариантов и их исходов, затем производится оценка каждого исхода. Вышеперечисленные этапы важны как в очень сложных случаях, так и в очень простых.

Цель данной работы – определение правильности принятия решений студентами в условиях неопределенности.

Задачей является рассмотрение показателей успеваемости студентов Финуниверситета в условиях неопределенности и их решение с помощью игровых методов.

Информационной базой для выполнения работы служат учебные пособия, а также интернет-источники по данной теме.

Принятие решений в условиях неопределенности, требует определения альтернативных действий, которым соответствуют платежи, зависящие от состояний природы. Матрицу платежей в задаче принятия решений с m возможными действиями и n состояниями природы можно представить следующим образом (таблица 1).

Здесь x_i, представляет i-е возможное решение, а элемент y_j – j-е состояние среды. Плата (или доход), связанная с решением x_i и состоянием y_j, равна $a(x_i,y_j)$.

Существуют 4 критерия для анализа ситуаций, связанных с принятием решений в условиях неопределенности [1]:

1. Критерий Лапласа.
2. Минимаксный критерий.
3. Критерий Сэвиджа.
4. Критерий Гурвица.

Рассмотрим подробнее каждый критерий.

Критерий Лапласа опирается на принцип недостаточного основания, который гласит, что поскольку распределение вероятностей состояний $P\{y_j\}$ неизвестно, нет причин считать их различными. Следовательно, используется оптимистическое предположение, что вероятности всех состояний природы равны между собой, т.е. $P\{y_1\}=P\{y_2\}=P\{y_n\}=1/n$. Если при этом $a(x_i,y_j)$ представляет получаемую прибыль, то наилучшим решением является то, которое обеспечивает (формула 1).

Если величина $a(x_i,y_j)$ представляет расходы лица, принимающего решение, то оператор max заменяется на min.

Критерий Вальда (гипотеза антагонизма). Он состоит в предположении, что среда ведет себя наихудшим (для лица, принимающего решение) образом. При принятии этой гипотезы каждая альтернатива оценивается наименьшим из числовых значений исходов, возможных при выборе этой альтернативы. Показателем «полезности» альтернативы x_i является . При принятии гипотезы антагонизма наилучшей (оптимальной) надо признать ту альтернативу, которая максимизирует этот показатель, т. е. альтернативу с тем номером i, для которого будет наибольшим. Формально она характеризуется тем условием, что на ней достигается внешний экстремум в выражении .

Такой принцип выбора решения называется *принципом максимина*, а альтернатива, на которой достигается внешний экстремум в выражении – *максиминной.*

Таким образом, *максиминный критерий* основан на консервативном осторожном поведении лица, принимающего решение, и сводится к выбору наилучшей альтернативы из наихудших. Если величина $a(x_i,y_j)$ представляет получаемую прибыль, то в соответствии с максиминным критерием в качестве оптимального выбирается решение, обеспечивающее (формула 2).

Если величина $a(x_i,y_j)$ представляет потери, используется *минимаксный* критерий, который определяется следующим соотношением (формула 3).

Критерий Сэвиджа стремится смягчить консерватизм минимаксного (максиминного) критерия путем замены матрицы платежей (выигрышей или проигрышей) $a(x_i,y_j)$ матрицей потерь $r(x_i,y_j)$, которая определяется следующим образом (формула 4):

Критерий Гурвица охватывает ряд различных подходов к принятию решений – от наиболее оптимистичного до наиболее пессимистичного. Пусть 0 £ £ 1 и величины $a(x_i,y_j)$ представляют доходы. Решению, выбранному по критерию Гурвица, соответствует (формула 5).

Здесь "альфа"– показатель оптимизма. Если "альфа- 0, критерий Гурвица становится пессимистичным, т.к. его применение эквивалентно применению обычного минимаксного критерия. Если "альфа- 1, критерий Гурвица становится слишком оптимистичным, ибо рассчитывает на наилучшие из наилучших условий. Мы можем конкретизировать степень оптимизма (или пессимизма) надлежащим выбором величины "альфа"из интервала [0,1]. При отсутствии ярко выраженной склонности к оптимизму или пессимизму выбор "альфа- 0,5 представляется наиболее разумным [2].

Если величины $a(x_i,y_j)$ представляют потери, то критерий Гурвица принимает следующий вид (формула 6).

Рассмотрим показатели успеваемости студентов Финуниверситета в условиях неопределенности и их прогнозирование с помощью перечисленных выше критериев.

Дмитрий Иванов – студент 2 курса Финансового университета при Правительстве РФ, который учится на «отлично» и «хорошо». Благодаря тому, что он не пропускает ни одного занятия и выполняет все домашние задания, к экзаменам он готовится в ночь перед данным событием. Но перед экзаменом по теории игр Дмитрий столкнулся с проблемой: его лучший друг позвал его на свой День рождения, который длится всю ночь.

В данной ситуации у Дмитрия есть 3 варианта:

A_1 – праздновать День рождения друга всю ночь,

A_2 – половину ночи учиться, а половину – праздновать,

A_3 – не пойти на День рождения, а учиться всю ночь.

Но все было бы не так плохо, если бы преподаватель по теории игр не заболел и на экзамен не поставили бы другого преподавателя, которого Дмитрий не знал. И поскольку требования при приеме экзамена новым преподавателем непредсказуемы, экзамен может быть: B_1 – легким, B_2 – средним по тяжести, B_3 – трудным.

В зависимости от перечисленных условий, можно ожидать следующие баллы за экзамен (таблица 2).

Задача: определить оптимальный выбор действия студентом, основываясь на критериях принятия решений в условиях неопределенности.

Используя критерий Лапласа, имеем:

Ожидаемые значения для различных возможных решений равны:

$M\{A_1\}=1/3*(80+71+63)=71{,}3$

$M\{A_2\}=1/3*(86+80+74)=80$

$M\{A_3\}=1/3*(100+92+86)=\mathbf{92{,}7}$ – оптимум

Относительно критерия Вальда составим таблицу (таблица 3).

Перейдем к нахождению критерия Сэвиджа. Матрица потерь определяется посредством вычитания из чисел 100, 92 и 86 поочередно всех элементов столбцов от первого до третьего соответственно (таблица 4).

Ну и по критерию Гурвица (таблица 5).

Используя подходящее значение "альфа можно определить оптимальную альтернативу. Например, при "альфа-0; 025; 0.5; 0.75; 1 оптимальной является альтернатива A_3.

Поскольку стратегия A_3- не пойти на День рождения, а учиться всю ночь -фигурирует в качестве оптимальной по всем трем критериям выбора из трех испытанных, степень ее надежности можно признать очень высокой для того, чтобы рекомендовать эту стратегию студенту Иванову к практическому применению. Именно эта стратегия позволит студенту получить отличную оценку по сдаваемому предмету.

Таким образом, применение математических методов при нахождении правильного решения для определения показателей успеваемости студентов в условиях неопределенности требует некоторого упорядочения имеющихся в распоряжении у студентов данных: задаются множество состояний природы, альтернативные решения, выигрыши и потери при различных сочетаниях состояния «среда - решение». Такое упорядочение представлений о проблеме само по себе способствует повышению качества принимаемых решений.

[1] Под неопределенностью понимают отсутствие или недостаток определения или информации о чём-либо. А в моделях принятия решений неопределенность следует понимать как наличие нескольких возможных исходов каждой альтернативы - http://ru.wikipedia.o

Литература

1. Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. – М.: Высшая школа, 2002.

2. Хемди А. Таха. Введение в исследование операций, 6-е издание. – М.: Вильямс, 2001.

3. Википедия – http://ru.wikipedia.org/

4. Элитариум – центр дистанционного образования - http://www.elitarium.ru/2010/06/29/prinjatie_reshenijj_neopredelennost.html

Иллюстрации

	Состояния среды				
Альтернативы	y_1	…	y_j	…	y_m
x_1	$a(x_1,y_1)$	…	$a(x_1,y_j)$	…	$a(x_1,y_m)$
…	…	…	…	…	…
x_i	$a(x_i,y_1)$	…	$a(x_i,y_j)$	…	$a(x_i,y_m)$
…	…	…	…	…	…
x_n	$a(x_n,y_1)$	…	$a(x_n,y_i)$	…	$a(x_n,y_m)$

Рис. 1: Таблица 1

	B_1	B_2	B_3
A_1	80	71	63
A_2	86	80	74
A_3	100	92	86

Рис. 2: Таблица 2

	B_1	B_2	B_3	*Min*
A_1	80	71	63	63
A_2	86	80	74	74
A_3	100	92	86	**86** - maxmin

Рис. 3: Таблица 3

	B_1	B_2	B_3	*Max*
A_1	20	21	23	23
A_2	14	12	12	14
A_3	0	0	0	**0** - minmax

Рис. 4: Таблица 4

Альтернатива	Минимум строк	Максимум строк	α(Максимум строки)+(1- α)(Минимум строки)
A_1	63	80	63+17 α
A_2	74	86	74+12 α
A_3	86	100	**86+14 α -** max

Рис. 5: Таблица 5

$$\max_{x_i}\left\{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a(x_i, y_j)\right\}.$$

Рис. 6: Формула 1

$$\max_{x_i}\left\{\min_{y_j}\left(a(x_i, y_j)\right)\right\}.$$

Рис. 7: Формула 2

$$\min_{x_i}\left\{\max_{y_j}\left(a(x_i, y_j)\right)\right\}.$$

Рис. 8: Формула 3

$$r(x_i, y_j) = \begin{cases} \max\limits_{x_k} \{a(x_k, y_j)\} - a(x_i, y_j), & \text{если } a \text{ – доход,} \\ a(x_i, y_j) - \min\limits_{x_k} \{a(x_k, y_j)\}, & \text{если } a \text{ – потери.} \end{cases}$$

Рис. 9: Формула 4

$$\max_{x_i} \left\{ \alpha \max_{y_j} (a(x_i, y_j)) + (1 - \alpha) \min_{y_j} (a(x_i, y_j)) \right\}$$

Рис. 10: Формула 5

$$\min_{x_i} \left\{ \alpha \min_{y_j} (a(x_i, y_j)) + (1 - \alpha) \max_{y_j} (a(x_i, y_j)) \right\}$$

Рис. 11: Формула 6